# Summenzeichen – Erste Schritte (5065)

## Aufgabe 1

Ein **Polynom** ist die Summe von Potenzen einer Variablen (z.B. $x$) mit Faktoren $a_i$:

$$\sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \quad = \quad a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + \ldots$$

Der **Grad** eines Polynoms entspricht der höchsten vorkommenden Potenz.
Wir versuchen das Polynom immer mit absteigenden Potenzen aufzuschreiben, z.B.

$$a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$\sum_{i=2}^{4} (i+2)^2 \cdot x^{i+1} = \underbrace{(2+2)^2 \cdot x^{2+1}}_{i=2} + \underbrace{(3+2)^2 \cdot x^{3+1}}_{i=3} + \underbrace{(4+2)^2 \cdot x^{4+1}}_{i=4}$$

$$= 16x^3 + 25x^4 + 36x^5$$

$$= \underline{36x^5 + 25x^4 + 16x^3}$$

**Aufgabe 1** Schreib das Polynom auf, das durch das folgende Summenzeichen gebildet wird. Notiere das Polynom in üblicher Art mit absteigenden Potenzen.

a) $\sum_{i=12}^{15} (2i-25) \cdot x^i = (2\cdot 12-25)\cdot x^{12} + (2\cdot 13-25)\cdot x^{13} + (2\cdot 14-25)\cdot x^{14} + (2\cdot 15-25)\cdot x^{15}$

$= -x^{12} + x^{13} + 3x^{14} + 5x^{15}$

$= \underline{5x^{15} + 3x^{14} + x^{13} - x^{12}}$

b) $\sum_{j=-2}^{2} 2^j x^{j+2}$

$$= \underbrace{2^{-2}}_{\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}} x^{-2+2} + 2^{-1} x^{-1+2} + 2^0 x^{0+2} + 2^1 x^{1+2} + 2^2 x^{2+2}$$

$$= \frac{1}{4} x^0 + \frac{1}{2} x^1 + 1 \cdot x^2 + 2x^3 + 4x^4$$

$$= \underline{4x^4 + 2x^3 + x^2 + \frac{1}{2} x + \frac{1}{4}}$$

c) $\sum_{k=0}^{4} \frac{(k+1) \cdot m^{2k}}{2k+1}$

$$= \frac{(0+1)\cdot m^{2\cdot 0}}{2\cdot 0+1} + \frac{(1+1)\cdot m^{2\cdot 1}}{2\cdot 1+1} + \frac{(2+1)\cdot m^{2\cdot 2}}{2\cdot 2+1}$$

$$+ \frac{(3+1)\cdot m^{2\cdot 3}}{2\cdot 3+1} + \frac{(4+1)\cdot m^{2\cdot 4}}{2\cdot 4+1}$$

$$= \frac{m^0}{1} + \frac{2m^2}{3} + \frac{3m^4}{5} + \frac{4m^6}{7} + \frac{5m^8}{9}$$

$$= \underline{\frac{5}{9}m^8 + \frac{4}{7}m^6 + \frac{3}{5}m^4 + \frac{2}{3}m^2 + 1}$$

# Summenzeichen – Erste Schritte (5065)

## Aufgabe 2

**Aufgabe 2** Finde das Summenzeichen, dass das entsprechende Polynom bildet.

a) $27x^3 + 9x^2 + 3x + 1 = \sum_{j=0}^{\dots} \dots$ $= \sum_{j=0}^{3} 3^j x^j$

$1 + 3x + 9x^2 + 27x^3$

| $j$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 3 | 9 | 27 |

$\cdot 3$ $\cdot 3$ $\cdot 3$

$3^j$

b) $21x^5 + 17x^4 + 13x^3 + 9x^2 = \sum_{k=\ldots}^{5} \ldots = \underline{\sum_{k=2}^{5} (4k+1) \cdot x^k}$

| $k$ | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| | 9 | 13 | 17 | 21 |
| | | +4 | +4 | +4 |
| $4k+1$ | 9 | 13 | 17 | 21 |

$4k+1$

c) $7m^4 + 2m^3 - m^2 - 2m = \sum_{j=0}^{\dots} \dots m^{j+1} = \sum_{j=0}^{3} (j^2-2)\cdot m^{j+1}$

| $j$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| | $-2$ | $-1$ | $+2$ | $+7$ |

$+1 \quad +3 \quad +5$

$j^2-2$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $j^2$ | 0 | 1 | 4 | 9 |

$+1 \quad +3 \quad +5$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $j^2-2$ | $-2$ | $-1$ | 2 | 7 |

✓

# Summenzeichen – Erste Schritte (5065)

## Aufgabe 3

**Aufgabe 3** Welches der folgenden Polynome passt zum Summenzeichen und wie muss es ergänzt werden?

$$\sum_{k=1}^{3}(8k-4)\cdot a^k$$

$24a^3+12a^2+2a$

| $k$ | $(8k-4)$ | |
|---|---|---|
| 1 | 4 | $a$ |
| 2 | 12 | $a^2$ |
| 3 | 20 | $a^3$ |

$20a^4+12a^3+4a^2$

| $k$ | $(8k-4)$ | |
|---|---|---|
| 2 | 12 | $a^2$ |
| 3 | 20 | $a^3$ |
| 4 | 28 | $a^4$ |

$20a^3+12a^2+4a$

| $k$ | $(8k-4)$ | |
|---|---|---|
| 1 | 4 | $a^1$ ✓ |
| 2 | 12 | $a^2$ ✓ |
| 3 | 20 | $a^3$ ✓ |

$20a^2+10a+2$

| $k$ | $(8k-4)$ | |
|---|---|---|
| 0 | $-4$ | |
| 1 | 4 | $a$ |
| 2 | 12 | $a^2$ |

# Summenzeichen – Erste Schritte (5065)

## Aufgabe 4

**Aufgabe 4** Vervollständige das Summenzeichen und fülle die Lücke im Polynom.

a) $\sum\limits_{j=4}^{6} \ldots \;=\; -6x^7 + \ldots - 2x^5 \;=\; \sum\limits_{j=4}^{6} (6-2j)\cdot x^{j+1}$

$-4x^6$

| $j$ | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|
| | $-2$ | $\ldots$ | $-6$ |

$-2$    $-2$

$-4$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $-2j$ | $-8$ | $-10$ | $-12$ |
| $6-2j$ | $-2$ | $-4$ | $-6$ |

$-2j$

b) $\sum_{k=0}^{3} \ldots = 16a^4 + \ldots + 4a^2 + a$ $= \sum_{k=0}^{3} (k+1)^2 \cdot a^{k+1}$

$9a^3$

| $k$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 4 | ... | 16 |
| $(k+1)^2$ | $1^2$ | $2^2$ | $3^2$ | $4^2$ |

c) $\sum_{i=8}^{\dots} \dots = \underbrace{\dots}_{i=10} + \underbrace{72n^2}_{i=9} + \underbrace{80n}_{i=8}$ $= \underline{\sum_{i=8}^{10} (144-8i) \cdot n^{i-7}}$

$64n^3$

| $i$ | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|
| | 80 | 72 | .... |

$-8$

$-8i$

$-8i \quad -64 \quad -72$

$144-8i \quad 80 \quad 72 \quad 64n^3$