

Aufgabe 1: Skizzieren Sie in einem Koordinatensystem den Verlauf der folgenden Funktionen

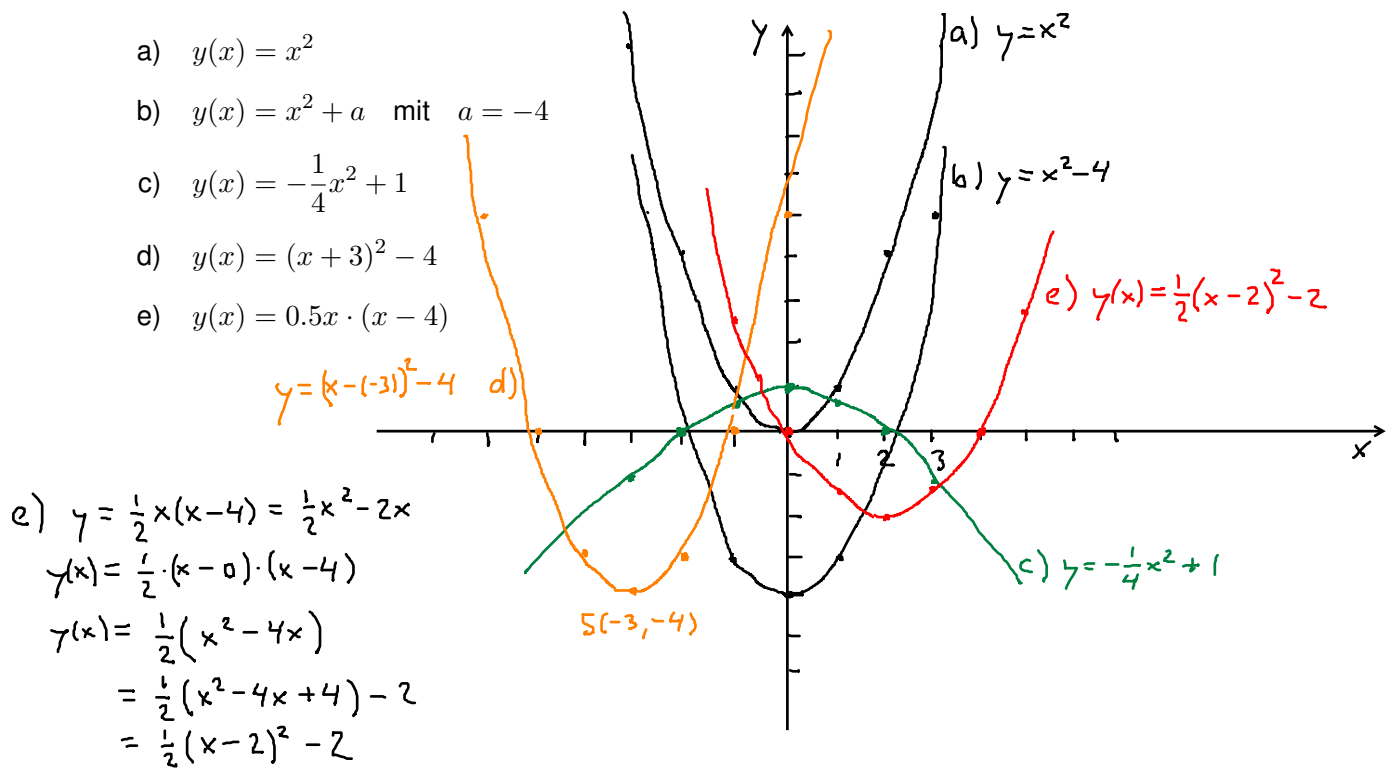
a) $y(x) = x^2$

b) $y(x) = x^2 + a$ mit $a = -4$

c) $y(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1$

d) $y(x) = (x+3)^2 - 4$

e) $y(x) = 0.5x \cdot (x-4)$



Aufgabe 2:

a) Bringen Sie die Funktion $y(x) = 0.25 \cdot (x-1) \cdot (x-2)$ in die Normalform.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{4} \cdot (x-1) \cdot (x-2) = \frac{1}{4} (x^2 - 2x - x + 2) = \frac{1}{4} (x^2 - 3x + 2) \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

b) Setzen Sie den Parameter a so, dass $y(x) = ax^2$ durch den Punkt $(3, 19.8)$.

$$\begin{aligned} 19.8 &= a \cdot 3^2 \\ a &= \frac{19.8}{9} = \frac{18 + 1.8}{9} = \underline{\underline{2.2}} \end{aligned}$$

c) Setzen Sie den Parameter b so, dass $y(x) = x^2 + b$ durch den Punkt $(0.5, 2)$.

$$\begin{aligned} 2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + b \\ 2 &= \frac{1}{4} + b \quad \left| -\frac{1}{4} \right. \\ \underline{\underline{b}} &= \underline{\underline{\frac{7}{4}}} \end{aligned}$$

d) Bringen Sie die Funktion $y(x) = x^2 - 4$ in die Produktform.

$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 \\ \hookrightarrow \underline{\underline{y(x) = (x+2)(x-2)}} \end{aligned}$$

e) Bringen Sie die Funktion $y(x) = 2x^2 - 8x + 6$ in die Produktform.

$$\begin{aligned} y(x) &= 2(x^2 - 4x + 3) = \underline{\underline{2(x-1)(x-3)}} \\ &\quad \begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ -1-3 & (-1) \cdot (-3) \end{array} \end{aligned}$$

Aufgabe 3: Bestimmen Sie den Scheitelpunkt der folgenden Parabeln:

a) $y(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 8$

$$= \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (x-0)^2 + 8$$

$$\left. \begin{array}{l} \hookrightarrow x_0 = 0 \\ \hookrightarrow y_0 = 8 \end{array} \right\} \underline{S(0, 8)}$$

$$y(x) = a(x-x_0)^2 + y_0$$

$$\hookrightarrow S(x_0, y_0)$$

b) $y(x) = x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2 + 0 \rightarrow \underline{S(4, 0)}$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 = x^2 \rightarrow a = x$$

$$2ab = 8x \checkmark$$

$$b^2 = 16 \rightarrow b = 4$$

c) $y(x) = x(x+4) + 4 = x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 + 0 \rightarrow \underline{S(-2, 0)}$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

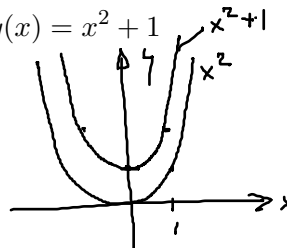
d) $y + 4 = (x-7)^2 \quad | -4$
 $y = (x-7)^2 - 4 \rightarrow \underline{S(7, -4)}$

e) $2 - y = (x-5)^2 \quad | +y$
 $2 = y + (x-5)^2 \quad | -(\dots)^2$
 $y = 2 - (x-5)^2 = -(x-5)^2 + 2 \rightarrow \underline{S(5, 2)}$

Aufgabe 4: Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Parabeln:

a) $y(x) = x^2 - 9 = (x+3)(x-3) \rightarrow \underline{x_1 = -3}, \underline{x_2 = +3}$
 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

b) $x+4 = x^2 + (x-y)$
 $x+4 = x^2 + x - y \quad | +y$
 $y+x+4 = x^2 + x \quad | -x$
 $y+4 = x^2 \quad | -4$
 $y = x^2 - 4 = (x+2)(x-2) \rightarrow \underline{x_1 = -2}, \underline{x_2 = +2}$

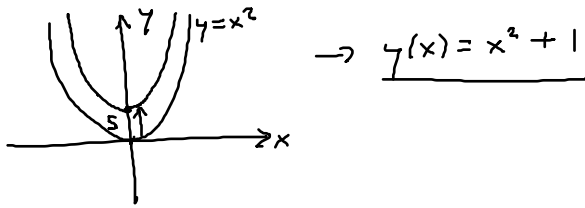
c) $y(x) = x^2 + 1$

 $\rightarrow \underline{\text{keine Nullstellen!}} \rightarrow \underline{\text{keine Produktform}}$

d) $y(x) = x^2 - x - \frac{3}{4} = (x + \frac{1}{2})(x - \frac{3}{2}) \rightarrow \underline{x_1 = -\frac{1}{2}}, \underline{x_2 = \frac{3}{2}}$
 $\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ a+b & a \cdot b \\ \frac{1}{2} - \frac{3}{2} & (+\frac{1}{2}) \cdot (-\frac{3}{2}) \end{matrix}$

e) $y(x) = (-x^2 - 2x - 1) + 9$
 $= -x^2 - 2x + 8$
 $= -(x^2 + 2x - 8) = -(x-2)(x+4) \rightarrow \underline{x_1 = 2}, \underline{x_2 = -4}$
 $\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ a+b & a \cdot b \\ -2+4=2 & (-2) \cdot (+4) \end{matrix}$

Aufgabe 5: Verschieben Sie die Parabeln so, dass sie den gegebenen Scheitelpunkt erhalten und schreiben Sie die neue Funktion in Normalform.

a) $y(x) = x^2$ mit $S(0, 1)$



b) $y(x) = -\frac{1}{5} \cdot x^2$ mit $S(2, 2)$

$$\begin{aligned} \underline{y(x) &= -\frac{1}{5} \cdot (x-2)^2 + 2} \\ &= -\frac{1}{5} \cdot (x^2 - 4x + 4) + 2 \\ &= -\frac{1}{5}x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{4}{5} + 2 \\ \underline{y(x) &= -\frac{1}{5}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{6}{5}} \end{aligned}$$

c) $y(x) = x^2 - 6x + 9$ mit $S(0, 0)$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$\begin{aligned} x &= a \\ 3 &= b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(x) &= (x-3)^2 + 0 \quad \rightarrow S(3, 0) \\ &\quad \downarrow \\ \underline{y(x) &= x^2} \end{aligned}$$

d) $y(x) = (x-2)(x+4)$ mit $S(-1, 7)$

$$= x^2 + 4x - 2x - 8$$

$$= x^2 + 2x - 8$$

$$= \underline{x^2 + 2x + 1} - 9$$

$$= (x+1)^2 - 9 \rightarrow S(-1, -9)$$

$$\begin{aligned} y(x) &= (x+1)^2 + 7 \\ &= x^2 + 2x + 1 + 7 \\ \underline{y(x) &= x^2 + 2x + 8} \end{aligned}$$

e) $y(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ mit $S(-1, -1)$

$$y(x) = -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 1 = -\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 1) - 1 = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} - 1$$

$$\underline{y(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}}$$