Aufgabe 1: Vereinfachen Sie die folgenden Wurzelterme.

a) $\sqrt[4]{4^2} = (4^2)^{\frac{1}{4}} = 4^{2\cdot\frac{1}{4}} = \underbrace{4^{\frac{1}{2}}}_{\sqrt{4}} = 2^{2\cdot\frac{1}{2}} = \underline{\underline{2}}$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{63+\underbrace{63^0}_{1}}} = \sqrt{\sqrt[3]{\underbrace{64}_{2^6}}} = \left[(2^6)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}} = 2^{6\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}} = 2^{\frac{6}{6}} = \underline{\underline{2}}$

c) $\sqrt[1/c]{\sqrt[c]{a+b}} = \left[(a+b)^{\frac{1}{c}}\right]^{\frac{1}{1/c}} = (a+b)^{\frac{1}{c}\cdot c} = \underline{\underline{a+b}}$

d) $\sqrt{\sqrt{16}} + 8\sqrt[3]{16^{1.5}} = \left[(2^4)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}} + 8\cdot(2^4)^{\frac{1.5}{3}} = 2^1 + \underbrace{2^3\cdot 2^2}_{2^5} = 2 + 32 = \underline{\underline{34}}$

e) $\sqrt{6xy + x^2 + 9y^2} - 3y = \sqrt{x^2+6xy+9y^2} - 3y = \sqrt{(x+3y)^2} - 3y$

$= |x+3y| - 3y$

1. Fall $\quad (x+3y) \geq 0 \quad x + 3y - 3y = \underline{\underline{x}}$ für $x \geq -3y$

2. Fall $\quad (x+3y) \leq 0 \quad -(x+3y) - 3y$

$-x-3y-3y \rightarrow \underline{\underline{-x-6y}}$ für $x \leq -3y$

Aufgabe 2: Vereinfachen Sie die folgenden Wurzelterme.

a) $\sqrt{3^2 \cdot \sqrt[4]{3^5}} = \sqrt{3^2 \cdot 3^{5/4}} = \sqrt{3^{2+\frac{5}{4}}} = \sqrt{3^{\frac{13}{4}}} = \left(3^{\frac{13}{4}}\right)^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{3^{\frac{13}{8}}}}$

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{5}} \cdot a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{2}{3}} = a^{\frac{5+3+10}{15}} = a^{\frac{18}{15}}$

$= a^{\frac{15}{15}+\frac{3}{15}} = a \cdot a^{\frac{3}{15}}$

$= a \cdot a^{\frac{1}{5}} = \underline{\underline{a\sqrt[5]{a}}}$

c) $\sqrt{e^2 + 2ef + f^2}\,\sqrt[3]{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$\downarrow$

$\sqrt{(e+f)^2} \cdot \sqrt[3]{(a-b)^3}$

$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 : (a-b) = a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

$-a^3 + a^2b$

$0 \quad -2a^2b$

$+2a^2b - 2ab^2$

$0 \quad +ab^2$

$-ab^2 + b^3$

$0 \quad + \quad 0$

$= \underline{\underline{|e+f| \cdot (a-b)}} = \left\{ \begin{array}{ll} (e+f)\cdot(a-b) & \text{für } e+f \geq 0 \\ -(e+f)\cdot(a-b) & \text{für } e+f \leq 0 \end{array} \right\}$

Aufgabe 3: Berechnen Sie den Wert der folgenden Wurzeln ohne Taschenrechner.

a) $\sqrt{10\cdot(\underbrace{16^{\frac{1}{2}}}_{\sqrt{16}=4}+216^{\frac{1}{3}})} = \sqrt{10\cdot(4+\underbrace{6^{\frac{3}{3}}}_{=6})} = \sqrt{10\cdot 10} = \sqrt{\underbrace{100}_{10^2}} = \underline{\underline{10}}$

$2^3=8$
$4^3=64$
$5^3=125$
$6^3=6\cdot 36 = 180+36 = 216$

b) $\sqrt{(\underbrace{81^0}_{1}+\underbrace{2^3}_{8})^{1.5}+\underbrace{\sqrt[0.5]{3}}} = \sqrt{9^{1.5}+9} = \sqrt{9^{\frac{3}{2}}+9} = \sqrt{3^{\cancel{2}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}}+9}$

$3^{\frac{1}{0.5}} = 3^2 = 9$

$= \sqrt{3^3+9} = \sqrt{27+9} = \sqrt{36} = \underline{\underline{6}}$

c) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}+\sqrt[3]{\frac{1}{27}}-\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3^2}} = \frac{1}{\underbrace{16^{\frac{1}{4}}}_{2^4}}+\frac{1}{3^{\frac{3}{3}}}-\frac{2}{3^{\frac{2}{2}}} = \frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{2}{3} = \frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

$= \frac{3-2}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

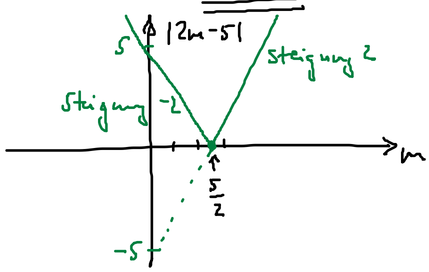
Aufgabe 4: Vereinfachen Sie zuerst den Wurzelterm und zeichnen Sie danach den Graphen für die Wurzelwerte als Funktion von m. Beachten Sie dabei, dass Wurzeln mit geraden Exponenten nur positive Werte annehmen können.

a) $\sqrt[4p^0]{(4m^2+25-20m)^2}$ $= (4m^2+25-20m)^{\frac{1}{2}} = (4m^2-20m+25)^{\frac{1}{2}}$

$= \left[(2m-5)^2\right]^{\frac{1}{2}} = |2m-5|$

1. Fall $(2m-5) \geq 0$ $\quad \underline{\underline{2m-5}}$ für $m \geq \frac{5}{2}$

2. Fall $(2m-5) \leq 0$ $\quad -(2m-5) = \underline{\underline{-2m+5}}$ für $m \leq \frac{5}{2}$



b) $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}m-1\right)\left(\frac{1}{4}m^2-(m-1)\right)}$

$\left(\frac{1}{2}m-1\right)\underbrace{\left(\frac{1}{4}m^2-m+1\right)}$

$\left(\frac{1}{2}m-1\right)\cdot\left(\frac{1}{2}m-1\right)^2 = \left(\frac{1}{2}m-1\right)^3$

$\Rightarrow \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}m-1\right)^3} = \underline{\underline{\frac{1}{2}m-1}}$