

Berechnen Sie die folgenden Terme zuerst mit Hilfe der binomischen Formel. Überprüfen Sie dann das Resultat, indem Sie die gegebenen Ausdrücke normal ausmultiplizieren.

a) $(x + 3y)^2$

b) $(2a + 5b)^2$

c) $(3v - 4w)^2$

d) $(\sqrt{2} - 7u)^2$

e) $((x + 3y)(x - 3y))^2$

f) $(x + (2y + z))^2$

g) $(a + c + b)(a - c + b)$

a) $(x + 3y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3y + 9y^2 = x^2 + 6xy + 9y^2$
 $\begin{matrix} \uparrow & \underbrace{\quad} \\ a & b \end{matrix} \quad a^2 + 2ab + b^2$

$(x + 3y)(x + 3y) = x^2 + \underbrace{x \cdot 3y + 3y \cdot x}_{6xy} + 9y^2 = x^2 + 6xy + 9y^2$

b) $(2a + 5b)^2 = 4a^2 + 2 \cdot 2a \cdot 5b + 25b^2 = 4a^2 + 20ab + 25b^2$

c) $(3v - 4w)^2 = 9v^2 - 2 \cdot 3v \cdot 4w + 16w^2 = 9v^2 - 24vw + 16w^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

d) $(\sqrt{2} - 7u)^2 = 2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 7u + 49u^2 = 2 - 14\sqrt{2}u + 49u^2$

e) $((x + 3y)(x - 3y))^2 = (x^2 - 9y^2)^2 = x^4 - 2x^2 \cdot 9y^2 + 81y^4$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad (a' - b')^2 = a'^2 - 2a'b' + b'^2 = x^4 - 18x^2y^2 + 81y^4$

f) $(x + (2y + z))^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot (2y + z) + (2y + z)^2 = x^2 + 4xy + 2xz + (\dots)^2$
 $= x^2 + 4xy + 2xz + 4y^2 + 4yz + z^2$

g) $((a + b) + c)((a + b) - c) = (a + b)^2 - c^2 = a^2 + 2ab + b^2 - c^2$

Zerlegen Sie die folgenden Ausdrücke in zwei Faktoren mit Hilfe der binomischen Formeln.

a) $x^2 + x + \frac{1}{4}$

b) $\frac{y^2}{16} + \frac{yz}{6} + \frac{z^2}{9}$

c) $2b^2 + c^4 - \sqrt{8}bc^2$

d) $2p^3q + p^2q^2 + p^4$

e) $a^2 - 4b^2$

f) $(v^4 - w^4)$

g) $2x^2 - \frac{9}{y^2}$

h) $3 - x^2$

a) $x^2 + x + \frac{1}{4} \quad (x + \frac{1}{2})^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = x^2 + x + \frac{1}{4}$

$\begin{array}{ccc} | & | & | \\ a^2 & 2ab & b^2 \\ a^2x & & bc\frac{1}{2} \end{array}$

b) $(\frac{y}{4})^2 + 2 \cdot \frac{yz}{12} + (\frac{z}{3})^2 = (\frac{y}{4} + \frac{z}{3})^2 = \frac{y^2}{16} + 2 \cdot \frac{y}{4} \cdot \frac{z}{3} + \frac{z^2}{9} = \frac{y^2}{16} + \frac{yz}{6} + \frac{z^2}{9}$

$\frac{y}{4} \cdot \frac{z}{3} = \frac{yz}{12}$

c) $2b^2 + c^4 - \sqrt{8}bc^2 = 2b^2 - 2\sqrt{2}bc^2 + c^4 = (\sqrt{2}b)^2 - 2(\sqrt{2}b) \cdot c^2 + (c^2)^2 = (\sqrt{2}b - c^2)^2$

$\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 4} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{2}$

d) $p^2(2pq + q^2 + p^2) = p^2(p^2 + 2pq + q^2) = p^2(p+q)^2$

e) $a^2 - 4b^2 = (a-2b)(a+2b)$

f) $v^4 - w^4 = (v^2)^2 - (w^2)^2 = (v^2+w^2)(v^2-w^2) = (v^2+w^2)(v-w)(v+w)$

g) $(\sqrt{2}x)^2 - (\frac{3}{y})^2 = (\sqrt{2}x + \frac{3}{y})(\sqrt{2}x - \frac{3}{y})$

h) $(\sqrt{3})^2 - x^2 = (\sqrt{3} + x)(\sqrt{3} - x)$