Aufgabe 1: Schreiben Sie das Polynom, das zum Summenzeichen gehört bzw. umgekehrt.

a) $\sum_{i=1}^{4}(2x)^i = 2x + (2x)^2 + (2x)^3 + (2x)^4$
$= 2x + 4x^2 + 8x^3 + 16x^4$
$= \underline{16x^4 + 8x^3 + 4x^2 + 2x}$

b) $\sum_{i=3}^{5} 3ia^i = 3 \cdot 3a^3 + 3 \cdot 4 \cdot a^4 + 3 \cdot 5a^5$
$= 9a^3 + 12a^4 + 15a^5$
$= \underline{15a^5 + 12a^4 + 9a^3}$

c) $\overset{2^0}{1} + \overset{2^1}{2}x + \overset{2^2}{4}x^2 + 8x^3 + 16x^4 + \overset{2^5}{32}x^5$

$j=6$

$j:1 \quad 2 \quad 3$

$\sum_{j=1}^{6} 2^{(j-1)} x^{(j-1)} = \underline{\sum_{j=1}^{6} (2x)^{j-1}}$

d) $2m^3 + 6m^2 + 18m + 54$

$k: 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$

$2 \cdot 3^0 \quad 2 \cdot 3^1 \quad 2 \cdot 3^2 \quad 2 \cdot 3^3$

$\underline{\sum_{k=1}^{4} 2 \cdot 3^{k-1} m^{4-k}}$

Aufgabe 2: Multiplizieren Sie die folgenden Terme aus und bestimmen Sie den Grad des entstehenden Polynoms.

a) $(x+2)\cdot(x-5)$ für x $= x^2 - 5x + 2x - 10 = x^2 - 3x - 10$

2. Grad

b) $(a^2+3a)\cdot(a+ba)$ für a $= a^3 + ba^3 + 3a^2 + 3ba^2$

$= (1+b)a^3 + (3+3b)a^2$

$= (1+b)a^3 + 3(1+b)a^2$

3. Grad

c) $(2k+8)^2$ für k $= (2k+8)(2k+8) = 4k^2 + 16k + 16k + 64$

$= 4k^2 + 32k + 64$

2. Grad

d) $(3p^2q^3-5q^2)^2$ für q $= (3p^2q^3 - 5q^2)(3p^2q^3 - 5q^2)$

$= 9p^4q^6 - 15p^2q^5 - 15p^2q^5 + 25q^4$

$= (9p^4)q^6 - (30p^2)q^5 + 25q^4$

6. Grad

Aufgabe 3: Versuchen Sie die beiden Faktoren herauszufinden, die miteinander multipliziert worden sind.

a) $a^2 - 4a + 4$ $= \underline{(a-2)\cdot(a-2)}$

b) $x^2 + 4xy + 3y^2$ $= \underline{(x+3y)\cdot(x+y)} = x^2 + \underbrace{yx + 3yx}_{4yx} + 3y^2$

c) $mn - 5(m+n) + 25$ $= \underline{(m-5)\cdot(n-5)} = mn - 5m - 5n + 25$

$= mn - 5(m+n) + 25$

d) $a^2 + 10a + 9$ $= \underline{(a+1)\cdot(a+9)} = a^2 + \underbrace{9a + a}_{10a} + 9$

$\cancel{3+3}$ $3\cdot 3$

$1+9$ $1\cdot 9$

e) $b^2 - 3b - 10$ $= \underline{(b-5)\cdot(b+2)} = b^2 + 2b - 5b - 10$

$= b^2 - 3b - 10$

$\cancel{1\cdot 10}$

$-5+2$ $2\cdot 5$

Aufgabe 4: Dividieren Sie die folgenden Polynome schriftlich:

a) $2a^4 + a^3 + 14a^2b + a(7b + 18) + 9 \quad : \quad (2a + 1) \quad = \underline{a^3 + 7ba + 9}$

$-2a^4 - a^3$

$0 + 0 + 14a^2b$

$-14a^2b - 7ba$

$0 + 0 + 18a$

$-18a - 9$

$0 + 0$

b) $3x^3 + (6y - 4a)x^2 - (8ay + 9b)x - 18by \quad : \quad (x + 2y) \quad = \underline{3x^2 - 4ax - 9b}$

$-3x^3 - 6yx^2$

$0 + 0 - 4ax^2$

$+4ax^2 + 8ayx$

$0 + 0 - 9bx$

$+9bx + 18by$

$0 + 0$

Aufgabe 5: Kürzen Sie die folgenden Brüche.

$$\frac{30}{75} = \frac{\cancel{3}\cdot 2\cdot \cancel{5}}{5\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{5}} = \frac{2}{5}$$

a) $\frac{a^2+2ab+b^2}{3a+3b}$

$$= \frac{(a+b)\cdot\cancel{(a+b)}}{3\cdot\cancel{(a+b)}} = \frac{a+b}{3} = \underline{\frac{1}{3}\cdot(a+b)}$$

b) $\frac{9+6z+z^2}{z^2-9}$

$$= \frac{(3+z)\cancel{(3+z)}}{(z-3)\cancel{(z+3)}} = \underline{\frac{z+3}{z-3}}$$

$$z^2 + \cancel{3z} - \cancel{3z} - 9$$

c) $\frac{4m-1}{1+16m^2-8m}$

$$= \frac{4m-1}{16m^2-8m+1} = \frac{\cancel{(4m-1)}}{(4m-1)\cdot\cancel{(4m-1)}} = \underline{\frac{1}{4m-1}}$$

d) $\frac{4x^2-9y^4}{9y^4-12xy^2+4x^2}$

$$= \frac{(2x-3y^2)\cdot(2x+3y^2)}{(3y^2-2x)\cdot(3y^2-2x)} = \frac{(-1)\cdot\cancel{(3y^2-2x)}\cdot(2x+3y^2)}{\cancel{(3y^2-2x)}(3y^2-2x)}$$

$$= -\frac{2x+3y^2}{3y^2-2x} = \underline{\frac{2x+3y^2}{2x-3y^2}}$$

e) $\frac{p^2-q^2}{(p+q)(p-q)}$

$$= \frac{\cancel{(p+q)}\cancel{(p-q)}}{\cancel{(p+q)}\cancel{(p-q)}} = \underline{\underline{1}}$$

f) $\frac{a^4-4a^3}{-(a^3+12a^2-a^4)}$

$$= \frac{a^{\cancel{3}}\cdot(a-4)}{-\cancel{a^2}(a+12-a^2)} = \frac{a(a-4)}{a^2-a-12} = \frac{a\cancel{(a-4)}}{(a+3)\cancel{(a-4)}}$$

$$= \underline{\frac{a}{a+3}}$$

$3\cdot(-4) = -12$

$3-4 = -1$