Aufnahmeprüfung 2023

1 **a)** Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich.

$2y \cdot (xy + 3y^2)$

$2y \cdot xy + 2y \cdot 3y^2$

$\underline{2xy^2 + 6y^3}$

b) Vereinfache den Term so weit wie möglich.

$(6a \cdot 8b - 8b \cdot 2a) : 2$

$\frac{6a \cdot 8b}{2} - \frac{8b \cdot 2a}{2} = \frac{48ab}{2} - \frac{16ab}{2}$

$= 24ab - 8ab = \underline{16ab}$

c) Berechne den grössten gemeinsamen Teiler (ggT) von 54 und 252.

$\left.\begin{array}{l} 54 = \boxed{2} \cdot 3 \cdot \boxed{3} \cdot \boxed{3} \\ 252 = \boxed{2} \cdot 2 \cdot \boxed{3} \cdot \boxed{3} \cdot 7 \end{array}\right\}$ ggT $= 2 \cdot 3 \cdot 3$

$= \underline{18}$

d) Schreibe die Zahl mit Hilfe einer Zehnerpotenz, sodass vor dem Dezimalpunkt nur eine Ziffer $\neq 0$ steht.

Beispiel: $7.8 \cdot 10^5$ (aber *nicht* $0.78 \cdot 10^6$)

0.0215

1'000'000'000

0.0215 Milliarden = $\cancel{0}\cancel{0}$21'500'000 $= \underline{2.15 \cdot 10^7}$

e) Klammere so viel wie möglich aus.

$15a^2b + 35ab^2$

$\left.\begin{array}{l} 15a^2b = 3 \cdot \boxed{5} \cdot a \cdot \boxed{a} \cdot \boxed{b} \\ 35ab^2 = \boxed{5} \cdot 7 \cdot \boxed{a} \cdot \boxed{b} \cdot b \end{array}\right\}$ ggT $= 5 \cdot a \cdot b$

$= 5ab$

$\underline{5ab \cdot (3a + 7b)}$

f) Löse den Term nach *h* auf.

$A = \frac{g \cdot h}{2}$

$$A = \frac{g \cdot h}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2A = g \cdot h \quad | : g$$

$$\underline{\frac{2A}{g} = h}$$

g) Ein Liter Benzin kostet *x* Franken. Der Preis wird um ein Viertel des erhöht. Gib einen Term für den neuen Preis an und vereinfache ihn so weit wie möglich.

$$+\frac{1}{4} \Rightarrow 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$x \frac{CHF}{L} \rightarrow \underline{\frac{5}{4} \cdot x \frac{CHF}{L}}$$

$$+25\% \rightarrow 1 + 0.25 = 1.25$$

h) Wandle in mm³ um.

12.4 Liter

$$1\,L = 1\,dm^3$$

$$1'000\,cm^3$$

$$1'000'000\,mm^3 = 1\,l$$

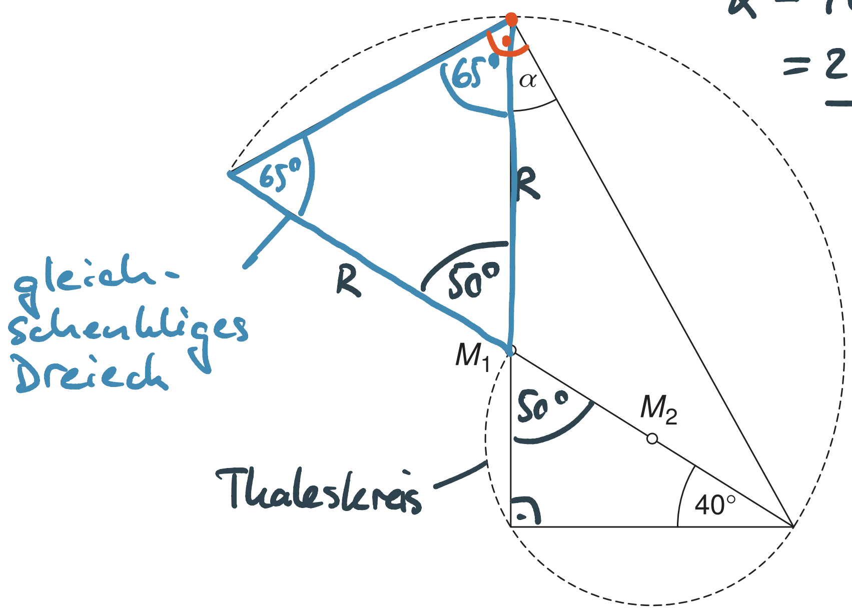
$$12.4\,l = 12.4 \cdot 10^6\,mm^3$$

$$\underline{12'400'000\,mm^3}$$

i) M_1 und M_2 sind die Mittelpunkte der beiden gestrichelt eingezeichneten Halbkreise. Die Abbildung ist nicht massstabsgetreu.

Berechne den Winkel α.

$\alpha = 90° - 65°$
$= \underline{25°}$



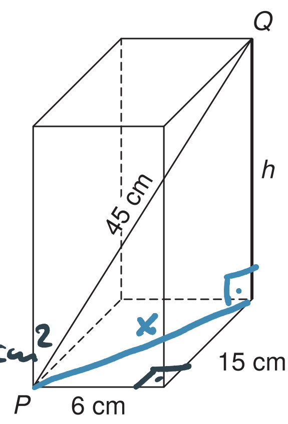
j) Ein Quader hat wie abgebildet die Kantenlängen 6 cm und 15 cm. Die Länge der Raumdiagonalen *PQ* beträgt 45 cm.

Berechne die Länge der Kante *h*.

Pythagoras: $x^2 = (6\,\text{cm})^2 + (15\,\text{cm})^2$
$x^2 = 261\,\text{cm}^2$

$x^2 + h^2 = (45\,\text{cm})^2 \quad | -x^2$

$h^2 = (45\,\text{cm})^2 - x^2 = 2025\,\text{cm}^2 - 261\,\text{cm}^2$
$h^2 = 1764\,\text{cm}^2 \longrightarrow h = \sqrt{h^2} = \underline{42\,\text{cm}}$



2 Löse die Gleichungen nach x auf.

a) $6 - (14 - 4x) = 2x - 7(2x + 8)$

$$6 - 14 + 4x = 2x - 14x - 56$$
$$-8 + 4x = -12x - 56 \quad | +12x \; +8$$
$$16x = -48 \quad | :16$$
$$\underline{x = -3}$$

b) $\frac{4x}{5} - \frac{7 + 2x}{3} = \frac{x}{4}$ $\quad | \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4$

$$\frac{4x}{\cancel{5}} \cdot \cancel{5} \cdot 3 \cdot 4 - \frac{(7+2x)}{\cancel{3}} \cdot 5 \cdot \cancel{3} \cdot 4 = \frac{x}{\cancel{4}} \cdot 5 \cdot 3 \cdot \cancel{4}$$
$$48x - 20 \cdot (7+2x) = 15x$$
$$48x - 140 - 40x = 15x$$
$$8x - 140 = 15x \quad | -15x \; +140$$
$$-7x = 140 \quad | :7$$
$$-x = 20 \quad | \cdot (-1)$$
$$\underline{x = -20}$$

Originalquelle der Aufgaben: Mittelschul- und Berufsbildungsamt des Kantons Zürich

3 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $\frac{xz}{2} - \frac{4x^2y}{9z} : \frac{8xy}{3z^2}$

$$\frac{xz}{2} - \frac{4x^2y}{9z} \cdot \frac{3z^2}{8xy} = \frac{xz}{2} - \frac{4x^2y \cdot 3z^2}{9z \cdot 8xy}$$

$$= \frac{xz}{2} - \frac{\overset{1}{\cancel{12}}\, \cancel{x^2}\, \cancel{y}\, \cancel{z^2}}{\underset{6}{\cancel{72}}\, \cancel{x}\, \cancel{y}\, \cancel{z}} = \frac{3 \cdot xz}{3 \cdot 2} - \frac{xz}{6}$$

$$= \frac{3xz}{6} - \frac{xz}{6} = \frac{2xz}{6}$$

$$= \underline{\frac{xz}{3}}$$

b) $\frac{\sqrt{17x^2 - x^2}}{\sqrt{8x}} \cdot \frac{\sqrt{32x}}{x^2}$

$$\frac{\sqrt{16x^2}}{\sqrt{8x}} \cdot \frac{\sqrt{32x}}{x^2} = \frac{4\cancel{x} \cdot \sqrt{32x}}{\sqrt{8x} \cdot x^{\cancel{2}}} = \frac{4 \cdot \sqrt{32} \cdot \cancel{\sqrt{x}}}{\sqrt{8} \cdot \cancel{\sqrt{x}} \cdot x}$$

$$= \frac{4 \cdot \sqrt{4} \cdot \cancel{\sqrt{8}}}{\cancel{\sqrt{8}} \cdot x} = \frac{4\sqrt{4}}{x} = \frac{4 \cdot 2}{x} = \underline{\frac{8}{x}}$$

4 In den folgenden Rechenmauern steht in einem Kästchen immer das *Produkt* der beiden darunterliegenden Kästchen (siehe Beispiel).

	$a \cdot b$	
a		b

Vervollständige die Rechenmauer. Die Resultate müssen *vollständig vereinfacht* sein.

$$\frac{-3x^2}{10y} \cdot \frac{5y}{12x} = \frac{(-3x^2)\cdot 5y}{10y \cdot 12x} = \frac{-\cancel{15}^{1}x^{\cancel{2}}\cancel{y}}{\cancel{120}_{8}\cancel{x}\cancel{y}} = \frac{-x}{8}$$

		$-\frac{x}{8}$		
	$\frac{-3x^2}{10y}$		$\frac{5y}{12x}$	
$-\frac{2x}{5y}$		$\frac{3x}{4}$		$\frac{5y}{9x^2}$

$$\square \cdot \frac{3x}{4} = \frac{-3x^2}{10y} \quad \Big| \cdot 4$$

$$\square \cdot 3x = \frac{-12x^2}{10y} \quad \Big| : 3x$$

$$\square = \frac{-12x^2}{10y \cdot 3x} = \frac{-\cancel{12}^{2}x^{\cancel{2}}}{\cancel{30}_{5}\cancel{x}y} = \frac{-2x}{5y}$$

$$\frac{3x}{4} \cdot \square = \frac{5y}{12x} \quad \Big| \cdot 4$$

$$3x \cdot \square = \frac{20y}{12x} \quad \Big| : 3x$$

$$\square = \frac{20y}{12x \cdot 3x} = \frac{\cancel{20}^{5}y}{\cancel{36}_{9}x^2} = \frac{5y}{9x^2}$$

5 Im Folgenden werden zwei verschiedene Situationen beschrieben. Stelle jeweils eine Gleichung mit der Unbekannten *x* auf, welche die Situation des Textes beschreibt. Ausser *x* darf keine weitere Unbekannte in der Gleichung vorkommen.

Die Gleichungen sollen *nicht* gelöst und auch *nicht* vereinfacht werden!

a) Wird eine um 3 verkleinerte Zahl vervierfacht, erhält man 1 weniger, als wenn man das 11-fache der ursprünglichen Zahl um 8 vergrössert. Gesucht ist die ursprüngliche Zahl.

x: ursprüngliche Zahl

Die Gleichung lautet:

$$4 \cdot (x-3) = 11 \cdot (x+8) - 1$$

Notizen:

$$4 \cdot (x-3) = \boxed{11 \cdot (x+8)} - 1$$

b) Simon besitzt 200 Franken mehr als Nerea. Simon schenkt Nerea 60 Franken. Nun hat Nerea $\frac{5}{9}$ so viele Franken wie Simon. Gesucht ist, wie viele Franken Nerea vor der Schenkung hatte.

x: Nereas Geldbetrag in Franken vor der Schenkung

Die Gleichung lautet:

$$\frac{5}{9} \cdot \underbrace{(x+140)}_{\text{Simon nach S.}} = \underbrace{x+60}_{\text{Nerea nach S.}}$$

Notizen:

	vorher:	nachher:
Simon:	$x+200$	$x+140$
Nerea:	x	$x+60$

$\cdot \frac{5}{9}$

6 a) Cristina hat 40 % ihres Vermögens bei der Bank A und den Rest ihres Vermögens bei der Bank B angelegt.

70 % des Geldes bei der Bank B liegen auf einem Privatkonto und die restlichen CHF 9000 auf einem Sparkonto.

Berechne, wie viel Vermögen Cristina bei der Bank A angelegt hat.

Christinas Geld 50'000

40 % → Bank A ← ?
20'000 CHF

60 % → Bank B 30'000

70 % Privat-Kto

30 % Spar-kto 9000

$$\frac{9000 \cdot 0.4}{0.3 \cdot 0.6}$$

b) Timur hat 78 % seines Vermögens, nämlich CHF 40 404, bei der Bank A angelegt. Den Rest seines Vermögens hat er bei der Bank B angelegt.

Timur möchte so viel Geld von der Bank A zur Bank B verschieben, dass anschliessend 52 % seines Vermögens bei der Bank B angelegt sind.

Berechne, wie viel Geld Timur dazu von der Bank A zur Bank B verschieben muss.

$:78 \cdot 100$

$78\,\% \;\hat{=}\;$ CHF 40'404 (Bank A)

$100\,\% \;\hat{=}\;$ CHF 51'800

$22\,\% \;\hat{=}\;$ CHF 11'396 (Bank B)

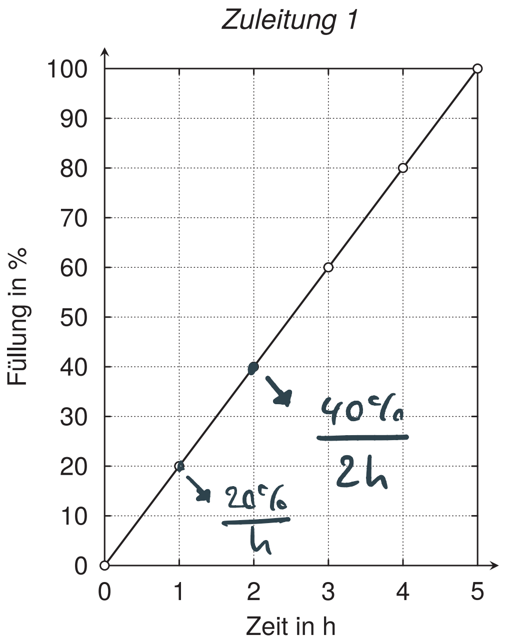
52 % von CHF 51'800 $= 0.52 \cdot 51'800$

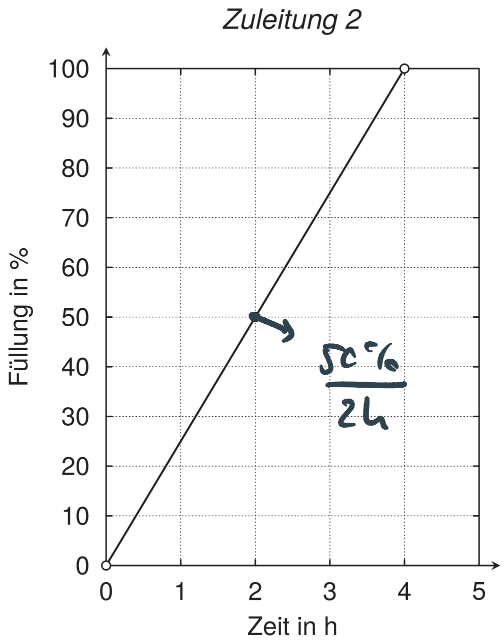
$= 26'936$ CHF (soll bei B)

$$\begin{array}{r} 26'936 \\ -\;11'396 \\ \hline 15'540 \text{ CHF} \end{array}$$

muss er von A nach B versch.

7 Ein Becken hat zwei Zuleitungen und zwei Abflüsse. Die beiden unten abgebildeten Graphen zeigen, wie sich das leere Becken füllt, wenn jeweils nur eine der beiden Zuleitungen geöffnet ist und die Abflüsse geschlossen sind. Gitterpunkte, die auf einem Graphen liegen, sind mit kleinen Kreisen markiert.

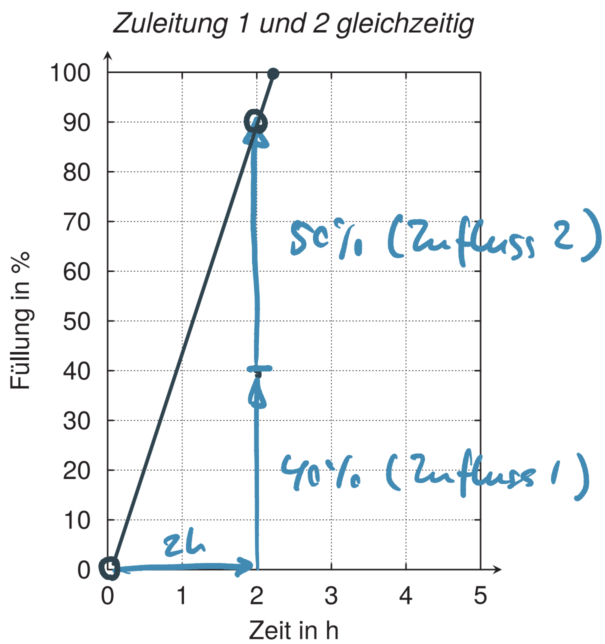




a) Das leere Becken wird durch beide Zuleitungen gleichzeitig gefüllt, während beide Abflüsse geschlossen bleiben.

Zeichne den entsprechenden Graphen im folgenden Diagramm ein.

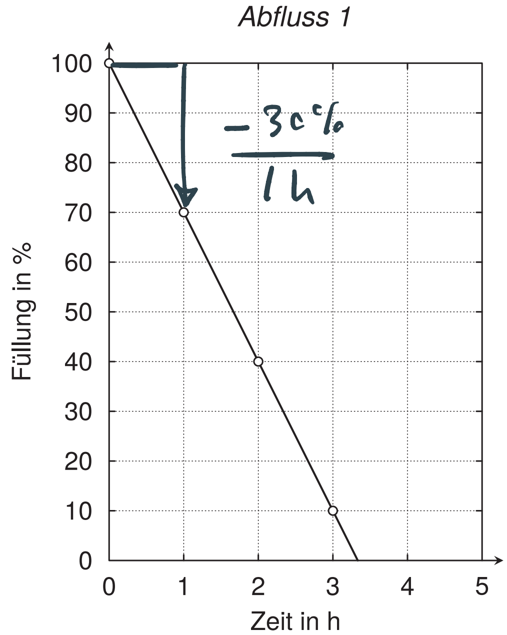
Markiere Gitterpunkte, die auf dem Graphen liegen, mit einem kleinen Kreis.

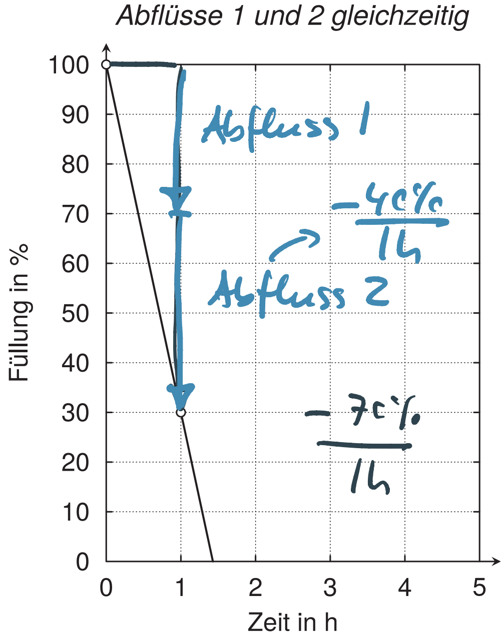


b) Beide Zuleitungen sind geschlossen.

Der unten links abgebildete Graph zeigt, wie sich das volle Becken entleert, wenn nur Abfluss 1 geöffnet ist.

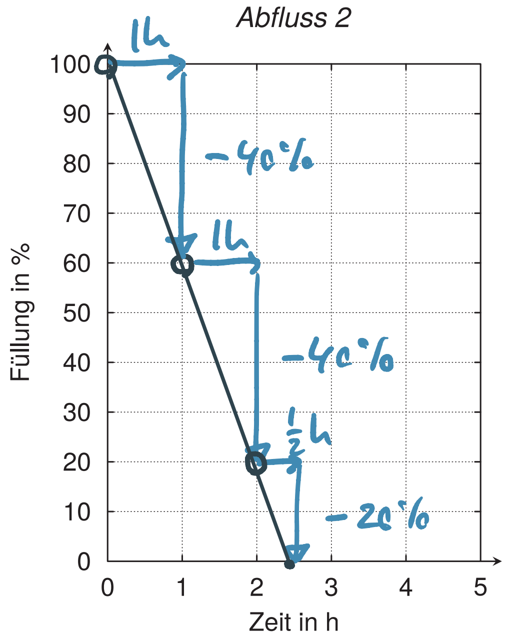
Der unten rechts abgebildete Graph zeigt, wie sich das volle Becken entleert, wenn beide Abflüsse gleichzeitig geöffnet sind.





Zeichne im folgenden Diagramm den Graphen ein, der zeigt, wie sich das volle Becken entleert, wenn nur Abfluss 2 geöffnet ist.

Markiere Gitterpunkte, die auf dem Graphen liegen, mit einem kleinen Kreis.



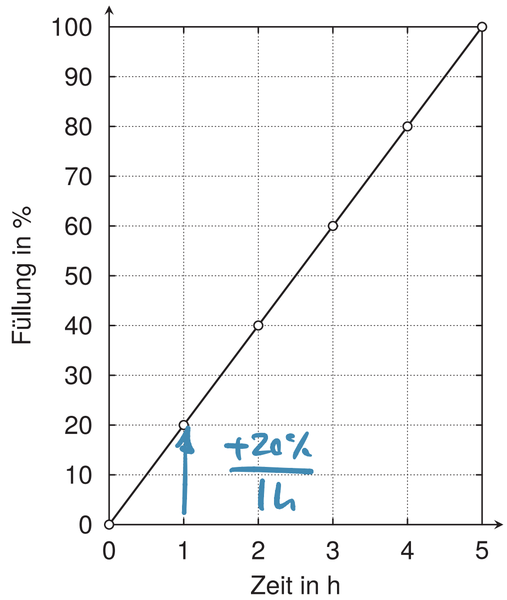
c) Das Becken ist voll. Alle Zuleitungen und Abflüsse sind geschlossen.

Um 12:00 Uhr wird Abfluss 1 geöffnet.

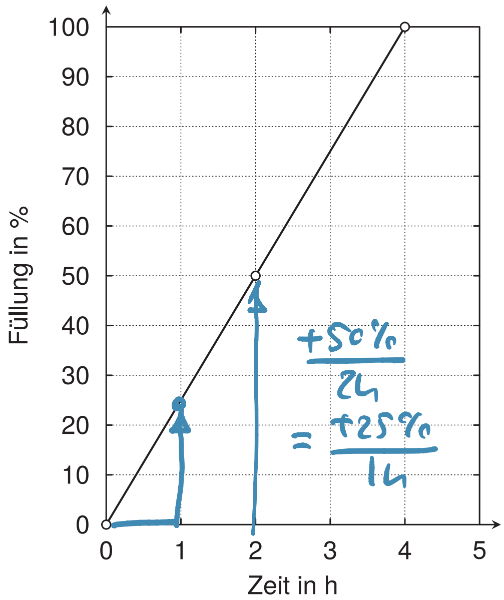
Um 14:00 Uhr werden beide Zuleitungen geöffnet. Abfluss 1 bleibt weiterhin offen.

Berechne, um welche Uhrzeit das Becken wieder voll ist.

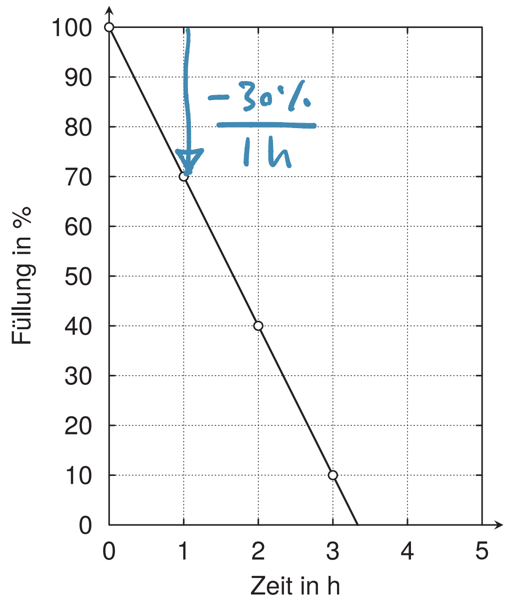
Zuleitung 1



Zuleitung 2



Abfluss 1



12:00	100 %	
13:00	70 %	−30 %
14:00	40 %	−30 %
15:00	55 %	+20 % + 25 % − 30 % = +15 %
16:00	70 %	
17:00	85 %	+15 %
18:00h	100 %	+15 %

Antwort: Das Becken ist um ___________ Uhr wieder voll.

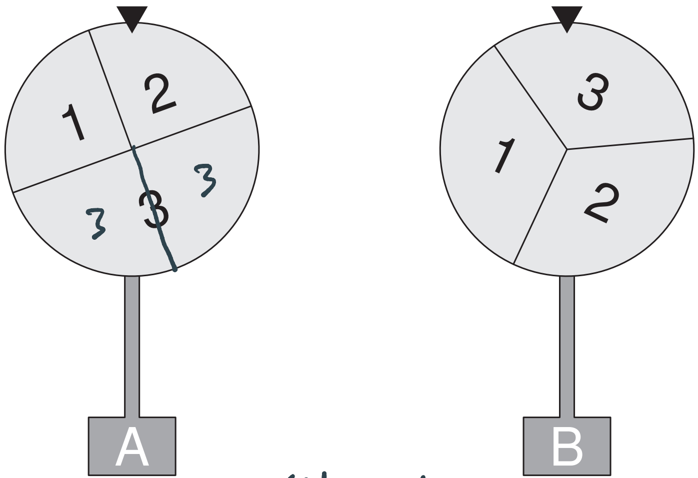
8 Die Glücksräder A und B sind mit den Zahlen 1 bis 3 beschriftet, wie in der Abbildung dargestellt.

Bei Glücksrad A sind die Felder 1 und 2 je halb so gross wie Feld 3.

Bei Glücksrad B sind alle drei Felder gleich gross.

Beide Glücksräder werden gleichzeitig einmal gedreht und anschliessend werden die erhaltenen Zahlen addiert.

Die Abbildung zeigt eine Situation mit der Summe 5.



4 Kreuzchen

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe 4 beträgt.

2. Rad

1. Rad	1	2	3
1			X
2		X	
3	X		
3	X		

$P(\text{Summe } 4) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 0.\overline{3} = 33.\overline{3}\,\%$

$3 \cdot 4 = 12$ Möglichkeiten

b) In einer Spielrunde werden die beiden Glücksräder gleichzeitig gedreht und es werden beide erhaltenen Zahlen addiert.

Es werden sehr viele Spielrunden durchgeführt. Dabei wird 451-mal die Summe 5 oder 6 gezählt.

Wurden eher 812, 1091, 1540, 1834 oder 2023 Spielrunden durchgeführt? Entscheide mit Hilfe einer Rechnung.

2. Rad

1. Rad	1	2	3
1			
2			x
3		x	x
3		x	x

12 Mögl.

5 Kreuzchen

$P(5 \text{ oder } 6) = \frac{5}{12}$

Anz. Drehungen

$x \cdot \frac{5}{12} = 451 \quad | \cdot 12$

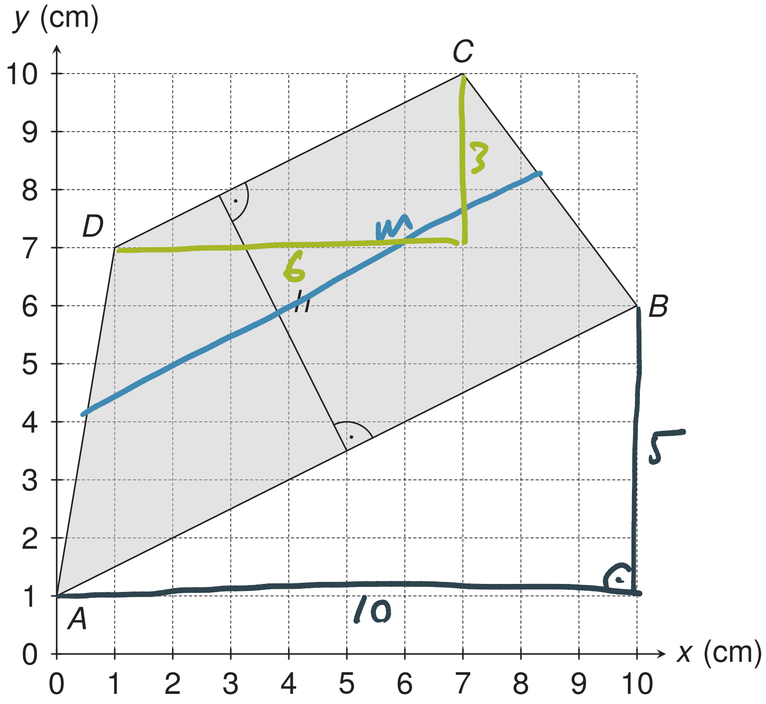
$5x = 12 \cdot 451 \quad | : 5$

$x = \frac{12 \cdot 451}{5} = 1082.4 \approx \underline{1091}$

Wahrscheinlichste Anzahl Drehungen

9 In der ganzen Aufgabe dürfen keine Lösungen auf Messungen beruhen.

a) Das Trapez *ABCD* liegt wie abgebildet im Koordinatensystem. Die Koordinaten der Ecken *A*, *B*, *C* und *D* sind ganzzahlig.



a1) Berechne die Länge der Seite *AB*.

$\overline{AB} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = \underline{11.18\text{cm}}$

a2) Der Flächeninhalt des Trapezes *ABCD* beträgt 44 cm^2.

Berechne die Länge der Höhe *h*.

$A = m \cdot h$

$\overline{DC} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}\text{cm}$

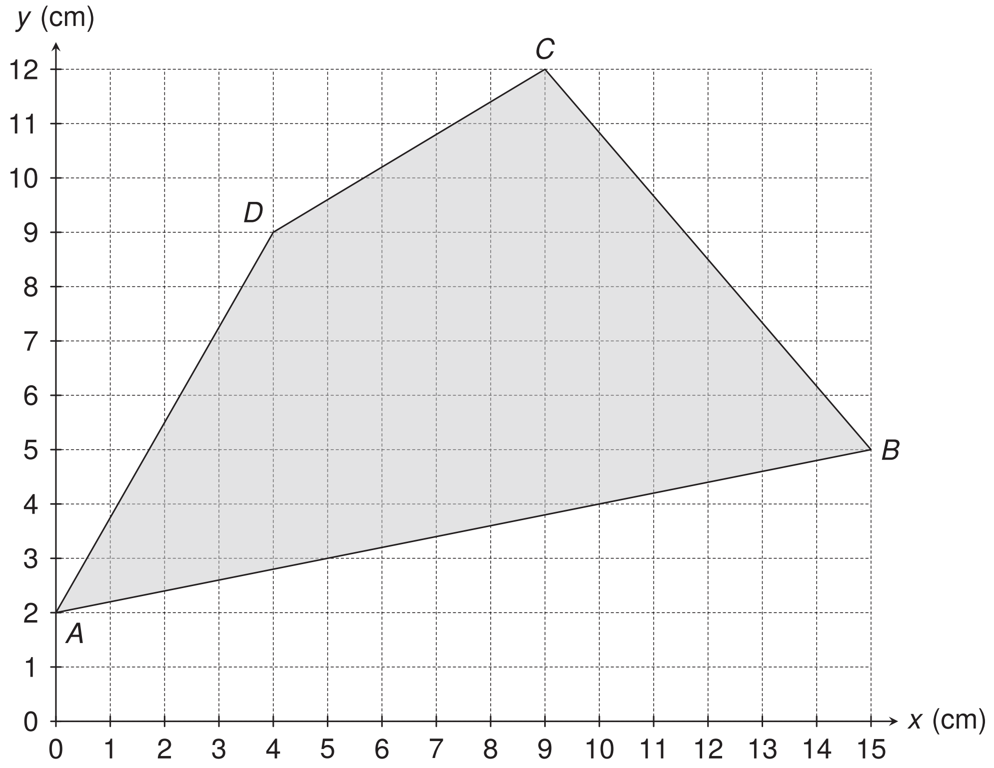
$\overline{AB} = \sqrt{125}\text{cm} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{\overline{DC} + \overline{AB}}{2} = \frac{\sqrt{45} + \sqrt{125}}{2}$

$m = 4\sqrt{5}\text{cm} = 8.944\text{cm}$

$m \cdot h = 44\text{cm}^2 \quad | :m$

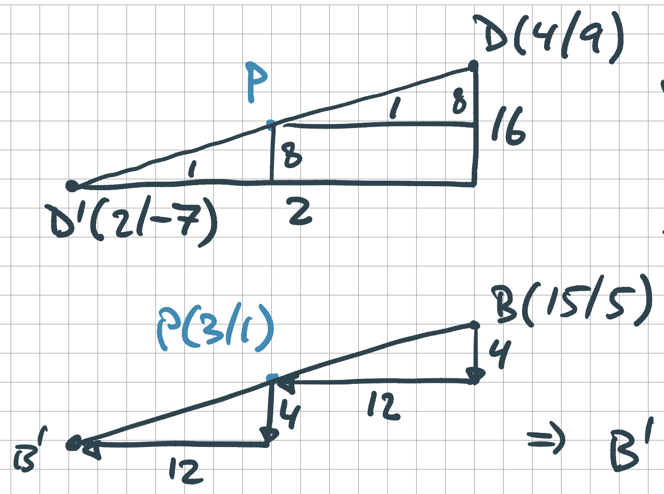
$h = \frac{44\text{cm}^2}{8.944\text{cm}} = \underline{4.92\text{cm}}$

b) Das Viereck *ABCD* liegt wie abgebildet im Koordinatensystem. Die Koordinaten der Ecken *A*, *B*, *C* und *D* sind ganzzahlig.



Das Viereck *ABCD* wird an einem Punkt *P* gespiegelt; man erhält das Viereck $A'B'C'D'$. Der Punkt D' hat die Koordinaten $(2 \mid -7)$.

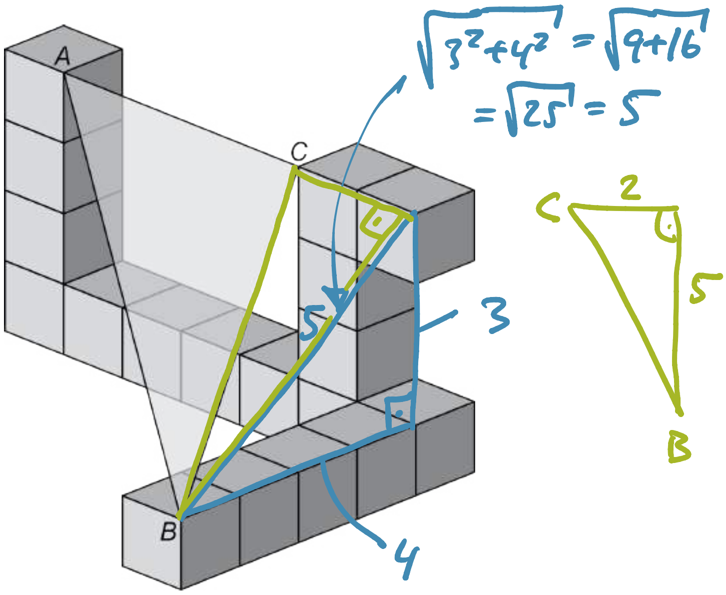
Bestimme die Koordinaten des Punktes B'.



P(4−1 / 9−8)
P(3/1)

⇒ B'(3−12 / 1−4)
B'(−9/−3)

10 Der abgebildete Körper ist aus Würfeln zusammengesetzt. Die Kantenlänge eines Würfels beträgt 1 cm.



$\sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16}$
$= \sqrt{25} = 5$

a) Berechne die Länge der Strecke *BC*.

$\overline{BC} = \sqrt{2^2+5^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29} = \underline{5.39\,cm}$

b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks *ABC*.

$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = \underline{10\,cm^2}$