Aufnahmeprüfung 2017

1. **a)** Löse die Gleichung nach x auf.

$4x - 5(3 - 2x) = 3(4x - 1) + 6x$

$$4x - 15 + 10x = 12x - 3 + 6x$$
$$14x - 15 = 18x - 3 \quad | -18x + 15$$
$$-4x = 12 \quad | :4$$
$$-x = 3 \quad | \cdot(-1)$$
$$\underline{x = -3}$$

b) Löse die Gleichung nach x auf.

$4x - \frac{2}{3} = 6\left(x + \frac{5}{9}\right)$

$$4x - \frac{2}{3} = 6x + \frac{\cancel{30}^{10}}{\cancel{9}_{3}} \quad | -6x$$
$$-2x - \frac{2}{3} = \frac{10}{3} \quad | +\frac{2}{3}$$
$$-2x = \frac{12}{3} = 4 \quad | :2$$
$$-x = 2 \quad | \cdot(-1)$$
$$\underline{x = -2}$$

Originalquelle der Aufgaben: Mittelschul- und Berufsbildungsamt des Kantons Zürich

2. **a)** Vereinfache den Term so weit wie möglich.

$$\frac{t-1}{2} : \frac{t}{3} + \frac{3}{t}$$

$$\frac{t-1}{2} \cdot \frac{3}{t} + \frac{3}{t}$$

$$\frac{(t-1)\cdot 3}{2\cdot t} + \frac{3}{t}$$

$$\frac{3t-3}{2t} + \frac{2\cdot 3}{2\cdot t} = \frac{3t-3+6}{2t} = \underline{\frac{3t+3}{2t}}$$

$$= \frac{3\cancel{t}}{2\cancel{t}} + \frac{3}{2t} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2t}$$

b) Der folgende Term soll ohne Klammern geschrieben werden. Setze dazu jeweils das korrekte Operationszeichen in die entsprechende Lücke.

$\underbrace{a : (b \cdot (c : d))}_{①} - \underbrace{(e - (f + g) + h)}_{②} = a \,\underline{:}\, b \,\underline{:}\, c \,\underline{\cdot}\, d \,\underline{-}\, e \,\underline{+}\, f \,\underline{+}\, g \,\underline{-}\, h$

①

②

$$b \cdot \frac{c}{d} = \frac{b\cdot c}{d}$$

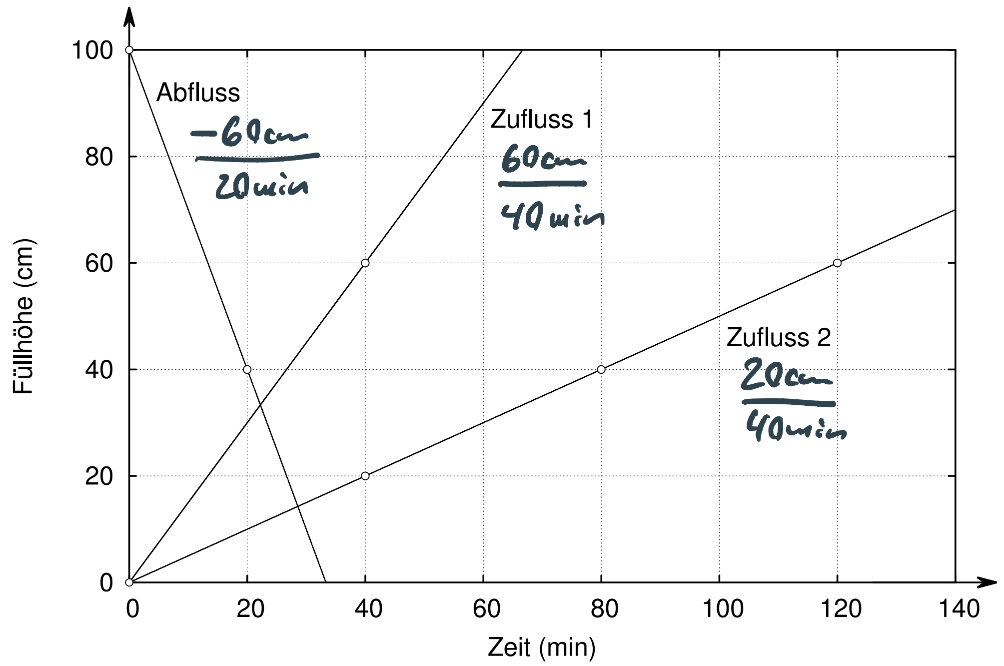
$$a : \frac{bc}{d} = a \cdot \frac{d}{bc} = \frac{a}{bc} \cdot d = a : b : c \cdot d$$

$$-(e-(f+g)+h)$$

$$-(e-f-g+h)$$

$$-e+f+g-h$$

3. Ein Brunnen hat zwei Zuflüsse und einen Abfluss. Die Abbildung zeigt für jede der drei Leitungen die Füllhöhe des Brunnens in Abhängigkeit der Zeit, wenn die entsprechende Leitung den Brunnen alleine füllt (Zuflüsse) oder leert (Abfluss).

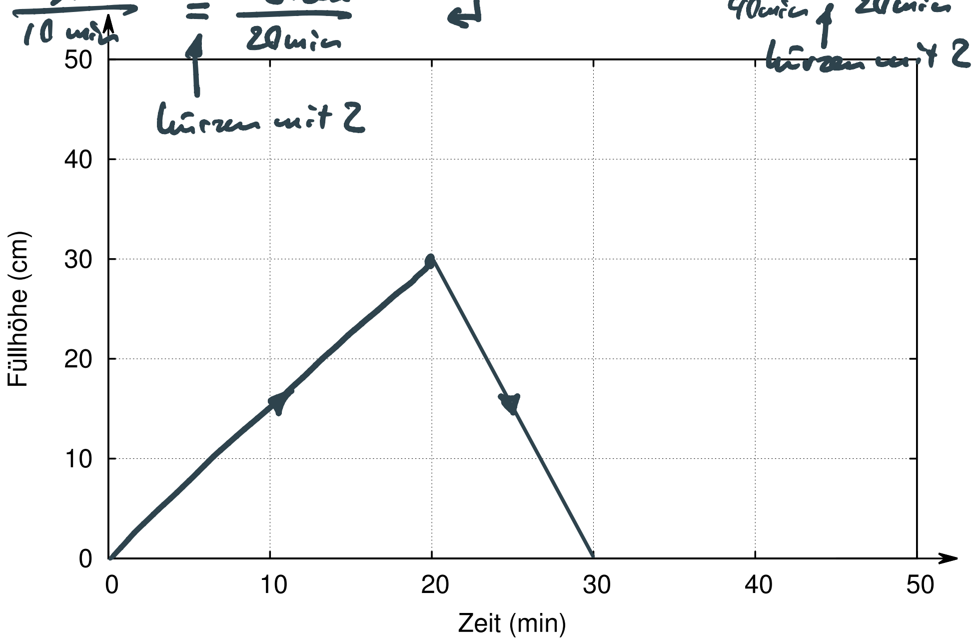


Zeichne für die folgenden Situationen jeweils den entsprechenden Graphen. Beachte dabei die verschiedenen Skalen auf den Achsen. Tipp: Zeichne zuerst mit Bleistift und erst wenn du sicher bist mit Tinte.

a) Der leere Brunnen wird während 20 Minuten mit Zufluss 1 gefüllt. Dann wird dieser geschlossen und sofort der Abfluss geöffnet.

↳ $\frac{60cm}{40min} = \frac{30cm}{20min}$ kürzen mit 2

$\frac{-30cm}{10min} = \frac{-60cm}{20min}$ kürzen mit 2

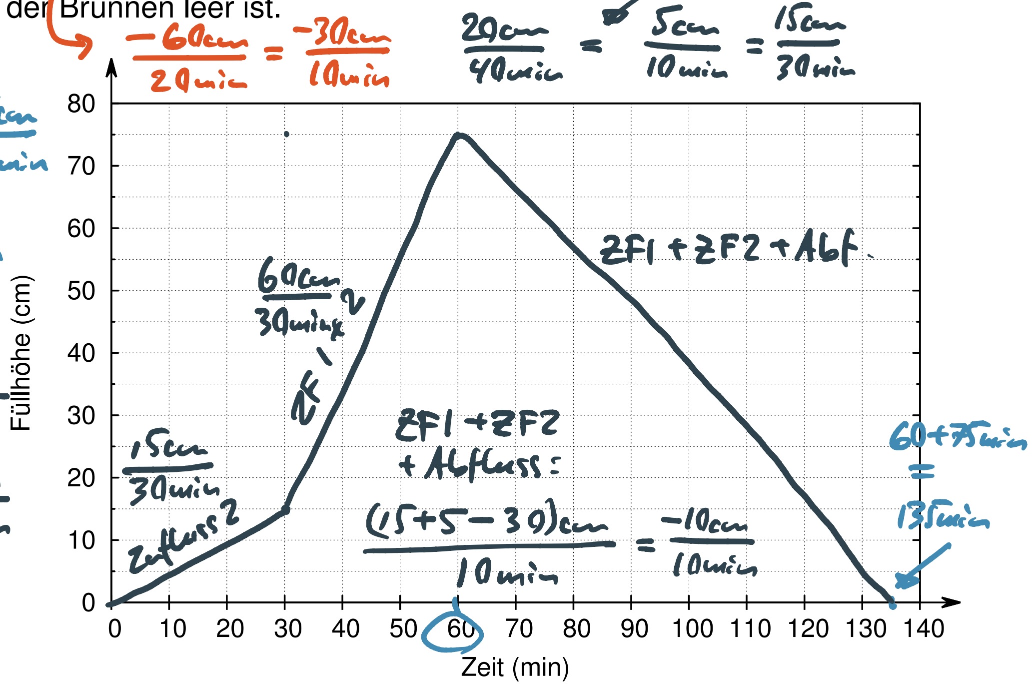


b) Der leere Brunnen wird zuerst während 30 Minuten nur mit Zufluss 2 gefüllt. Anschliessend wird er während weiteren 30 Minuten mit beiden Zuflüssen gleichzeitig gefüllt. Zusätzlich zu den beiden Zuflüssen wird schliesslich noch der Abfluss geöffnet (d. h. alle Leitungen sind jetzt offen), und zwar so lange, bis der Brunnen leer ist.

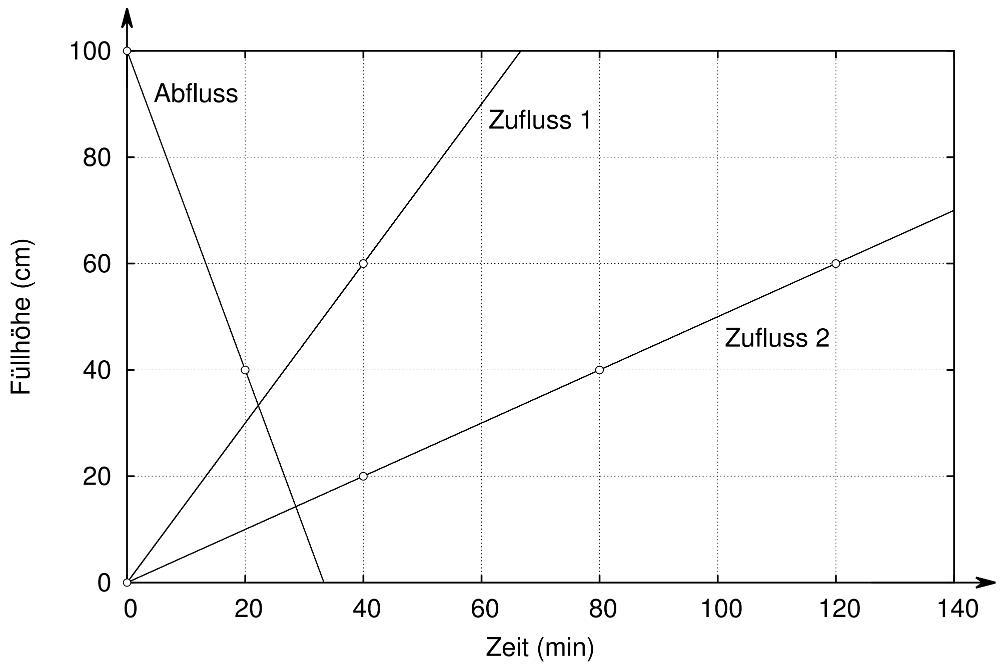
Zufluss 1:

$\frac{60cm}{40min} = \frac{15cm}{10min} = \frac{45cm}{30min}$

$\Rightarrow$ ZF1+2: $\frac{(45+15)cm}{30min} = \frac{60cm}{30min}$



Damit du nicht hin- und herblättern musst, ist hier nochmals die erste Abbildung von der Vorderseite abgedruckt.



Originalquelle der Aufgaben: Mittelschul- und Berufsbildungsamt des Kantons Zürich

4. Herr Meister kauft an einer Weinausstellung Wein ein. Er erhält auf den angeschriebenen Preis 10 % Ausstellungsrabatt. Weil er ein Freund des Verkäufers ist, reduziert ihm dieser den Rechnungsbetrag (Preis nach Abzug des Rabatts) bei Rotwein um weitere 8 %, bei Weisswein um weitere 6 %.

a) Das Preisschild einer Kiste Weisswein zeigt CHF 650. Berechne, welchen Betrag Herr Meister schliesslich dafür bezahlen muss.

(CHF 585)

$\text{CHF } 650 \xrightarrow{-10\%} 650 \cdot 0{,}9 \xrightarrow{-6\%} (650 \cdot 0{,}9) \cdot 0{,}94$

ursprüngl. Preis

$100\% - 10\% = 90\% = 0{,}9$

$100\% - 6\% = 94\% = 0{,}94$

$(650 \cdot 0{,}9) \cdot 0{,}94 = \underline{549{,}90 \text{ CHF}}$

b) Für eine Kiste Rotwein zahlt Herr Meister schliesslich CHF 621. Berechne den Preis, der auf dem Preisschild der Kiste steht.

$x \xrightarrow{-10\%} (x \cdot 0{,}9) \xrightarrow{-8\%} \text{CHF } 621 = (x \cdot 0{,}9) \cdot 0{,}92$

$\frac{621}{0{,}92 \cdot 0{,}9} \xleftarrow{:0{,}9} \frac{621}{0{,}92} \xleftarrow{:0{,}92} \text{CHF } 621$

$100\% - 8\% = 92\%$

$x \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}92 = 621 \quad | :0{,}9$

$x \cdot 0{,}92 = \frac{621}{0{,}9} \quad | :0{,}92$

$x = \frac{621}{0{,}9 \cdot 0{,}92} = \underline{750 \text{ CHF}}$

5. Im Zirkus «Ellbogen» gelten folgende Eintrittspreise:

Kinder bis 12 Jahre	CHF 12
Jugendliche bis 16 Jahre	CHF 16
Erwachsene	CHF 44

Bei einer Zirkusvorstellung waren doppelt so viele Jugendliche wie Kinder anwesend und 28 Erwachsene mehr als Kinder. Alle Anwesenden haben einen Eintritt bezahlt. So ergaben sich für den Zirkus Einnahmen von CHF 5896. Berechne, wie viele Kinder, wie viele Jugendliche und wie viele Erwachsene die Vorstellung besuchten.

Die volle Punktzahl kannst du nur erzielen, wenn deine Lösung auf einer Gleichung beruht.

x = Anz. Kinder

Preis CHF 12 / Kinderticket

$$\underbrace{x \cdot 12}_{\text{Umsatz Kinder-T.}} + \underbrace{2x \cdot 16}_{\text{Umsatz Jugend-T.}} + \underbrace{(x+28) \cdot 44}_{\text{Umsatz Erwachsenen-T.}} = 5896$$

$$\underbrace{12x + 32x + 44x}_{} + \underbrace{1232}_{28 \cdot 44} = 5896 \quad | -1232$$

$$88x = 4664 \quad | :88$$

$$x = \underline{53 \text{ Kinder}}$$

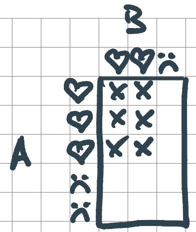
$x+28$ → $\underline{81 \text{ Erwachsene}}$

$2x$ → $\underline{106 \text{ Jugendliche}}$

6. In einer Klasse A mögen drei von fünf Schülerinnen das Fach Mathematik. In der Parallelklasse B sind es zwei von drei Schülerinnen. Aus jeder Klasse wird per Zufall je eine Schülerin für eine Partnerarbeit in Mathematik ausgewählt.

(Hinweis: Die Teilaufgabe c) lässt sich unabhängig von den Teilaufgaben a) und b) lösen.)

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass beide das Fach Mathematik mögen.



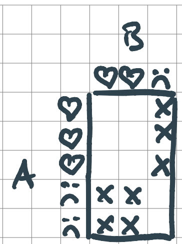
$P(\text{beide mögen}) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4$

$= 40\%$

$3 \cdot 5 = 15$ Möglichkeiten

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass genau eine von beiden das Fach Mathematik mag.

eine mag, die andere nicht



$P(\text{nur 1 mag}) = \frac{4+3}{15} = \frac{7}{15}$

$= 0.467 = 46.7\%$

c) In der Klasse A wechseln zwei Schülerinnen ihre Meinung und mögen Mathematik wegen einer schlechten Prüfung kurzfristig nicht mehr. Nun mag nur noch die Hälfte der Schülerinnen Mathematik. Berechne die Anzahl Schülerinnen in der Klasse A.

Klasse A (vorher) : $\frac{3}{5}$ mögen M.

Klasse A (nachher) : $-2 \Rightarrow \frac{1}{2}$ mögen M.

x = Anz. Schülerinnen in A

$$\frac{3}{5}x - 2 = \frac{1}{2}x \quad | \cdot 10$$

$$\frac{30}{5}x - 20 = 5x$$

$$6x - 20 = 5x \quad | -5x$$

$$x - 20 = 0 \quad | +20$$

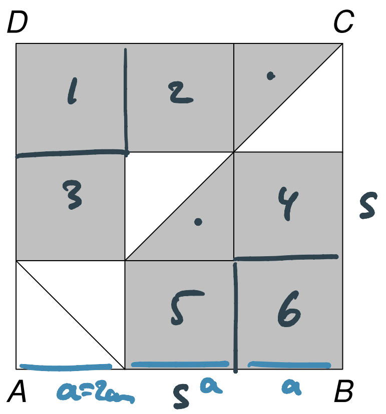
$$\underline{x = 20}$$

Kontrolle:

vorher : $\frac{3}{5}$ von 20 : $\frac{3}{5} \cdot 20 = \frac{60}{5} = \underline{12}$

nachher: $12 - 2 = 10$ ist Hälfte von 20 ✓

7. Im Quadrat *ABCD* haben alle grauen Teilflächen *zusammen* einen Flächeninhalt von 28 cm^2. Die weissen Teilflächen sind vier gleich grosse rechtwinklig-gleichschenklige Dreiecke. Berechne die Länge der Strecke *AB*.



$\rightarrow s = 3a = 3 \cdot 2\,\text{cm} = 6\,\text{cm}$

graue Quadrate: $6 + 1 = 7Q \stackrel{!}{=} 28\,\text{cm}^2$

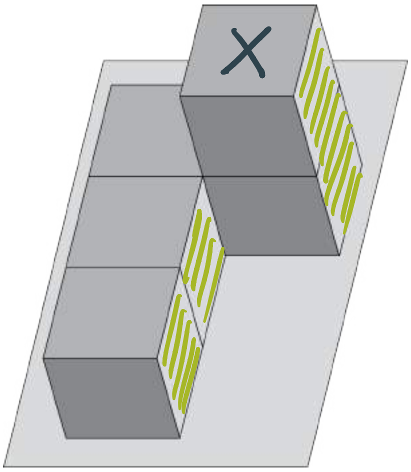
graue Dreiecke: $2 \rightarrow 1$

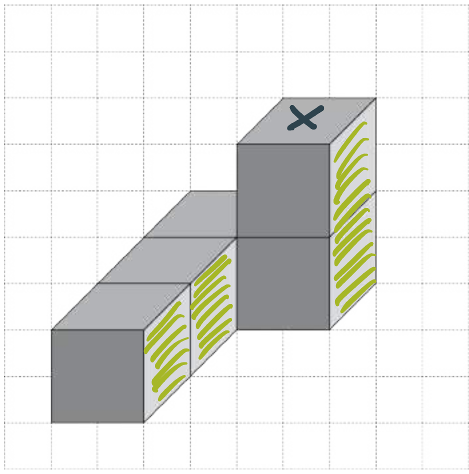
$:7 \quad 1Q = 4\,\text{cm}^2 \quad :7$

1 graues Quadrat: $a^2 = 4\,\text{cm}^2 \rightarrow a = 2\,\text{cm}$

$\Rightarrow \underline{\overline{AB} = 6\,\text{cm}}$

8. Betrachte die beiden Abbildungen. Links ist ein Würfelkörper auf einem Tisch liegend abgebildet. Rechts ist die Vorderansicht des Würfelkörpers ohne Tisch als Schrägbild dargestellt.

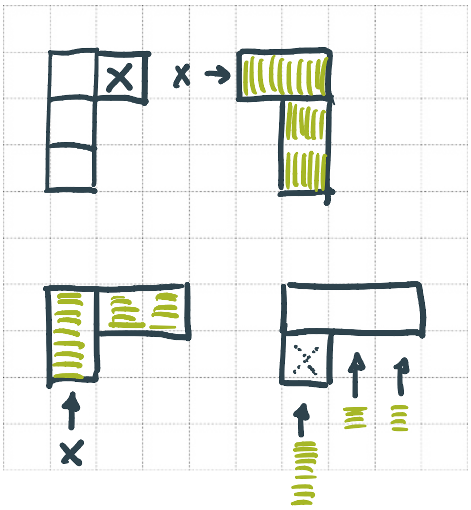




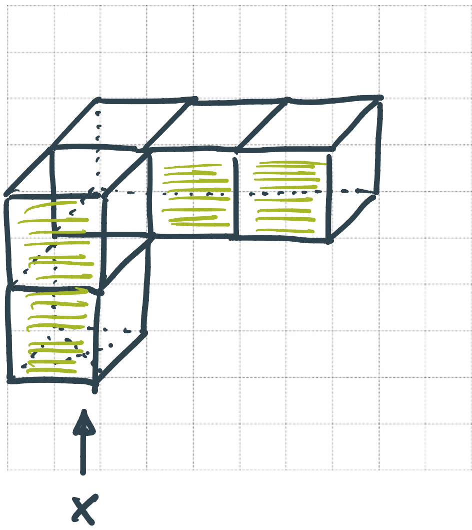
Der Würfelkörper wird nun zuerst nach links gekippt, anschliessend auf dem Tisch liegend 90° im Gegenuhrzeigersinn gedreht und schliesslich nach vorne gekippt. Zeichne die Vorderansicht des Würfelkörpers als Schrägbild in seiner neuen Lage.

Das Raster links kannst du für Skizzen verwenden. Die *Lösung* zeichnest du ins Raster *rechts*.

Skizzen: (von oben)



Lösung:



Originalquelle der Aufgaben: Mittelschul- und Berufsbildungsamt des Kantons Zürich

9. Für die nachfolgenden Zahlenfolgen gilt die folgende Regel: Die erste und die zweite Zahl werden beliebig gewählt. Jede weitere Zahl ist die Summe der beiden vorangehenden Zahlen.

Beispiel:

2	5	7	12	19

a) Bestimme die fehlenden Zahlen.

129	−112	17	−95	−78

$17 + x = -78 \quad | -17$
$x = -78 - 17 = -95$

$x + 17 = -95 \quad | -17$
$x = -95 - 17 = -112$

$x - 112 = 17 \quad | +112$
$x = 17 + 112 = 129$

b) Bestimme die fehlenden Terme.

$12a - 5b$	$-7a + 3b$	$5a - 2b$	$-2a + b$	$3a - b$

$(-7a + 3b) + (5a - 2b) =$
$-7a + 5a + 3b - 2b = -2a + b$

$(5a - 2b) + (-2a + b) =$
$5a - 2b - 2a + b = 3a - b$

$x + (-7a + 3b) = 5a - 2b$
$x - 7a + 3b = 5a - 2b \quad | +7a - 3b$
$x = 5a - 2b + 7a - 3b = 12a - 5b$

c) Es gilt weiterhin die vorherige Konstruktionsregel. Die vierte Zahl soll 9 sein. Wie können dann die ersten drei Kästchen gefüllt werden, wenn für jedes Kästchen nur die Zahlen

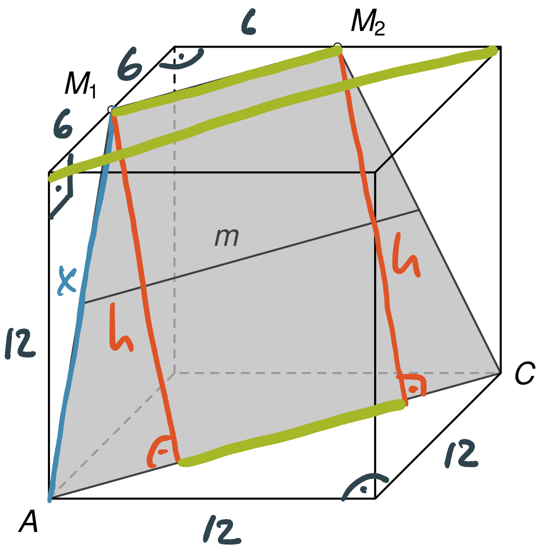
0, 1, 2, 3, 4, . . .

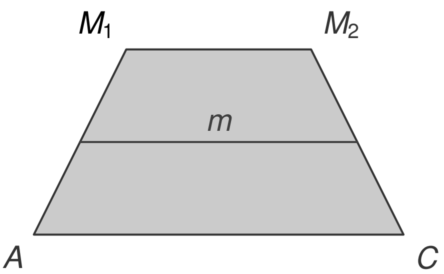
zur Verfügung stehen? Gib alle Möglichkeiten an.

(Hinweis: Es hat mehr Zeilen als Lösungen.)

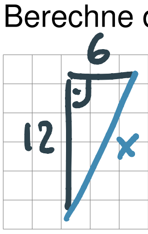
1	4	5	9
3	3	6	9
5	2	7	9
7	1	8	9
9	0	9	9
			9
			9

10. Die Kantenlänge des unten links abgebildeten Würfels beträgt 12 cm. M_1 und M_2 sind Kantenmittelpunkte. Unten rechts ist das im Würfel eingezeichnete Trapez in der Zeichenebene liegend dargestellt. Es ist *gleichschenklig*. Beide Figuren sind nicht massstabsgetreu.



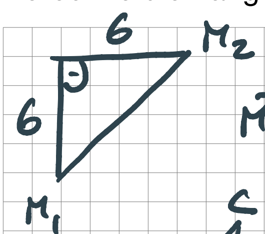


a) Berechne die Länge des Schenkels AM_1 des grauen Trapezes.

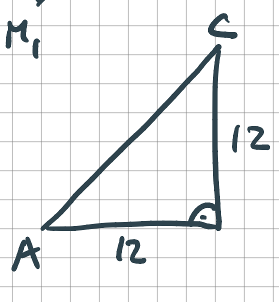


$x = \sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5} = \underline{13,416\,cm}$

b) Berechne die Länge der Mittelline m des grauen Trapezes.



$\overline{M_1M_2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{2}\,6 = 8.485\,cm$

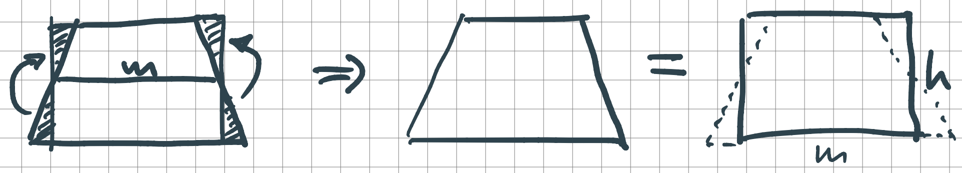


$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{2}\,12$
$= 16.971\,cm$

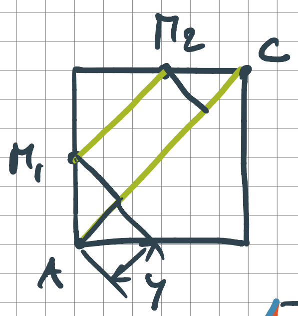
$m = \dfrac{\overline{M_1M_2} + \overline{AC}}{2} = \dfrac{8.485\,cm + 16.971\,cm}{2}$

$\underline{m = 12.7\ cm}$

c) Berechne den Flächeninhalt des grauen Trapezes.

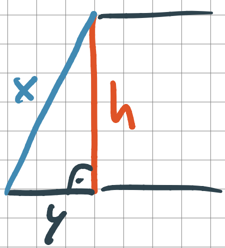


$A = m h$



$y = \frac{1}{2}\overline{M_1M_2} = \frac{1}{2}\cdot 8.485\,cm =$

$y = 4.24\,cm$



$h = \sqrt{x^2 - y^2}$

$= \sqrt{(13.416)^2 - (4.24)^2}$

$\underline{h = 12.7\,cm}$

$A = m \cdot h \cong \underline{162\,cm^2}$