Ebenen im Raum

Aufgabe 1 Gegeben ist die Ebene $E\colon\ 6x - y + z = 12$

a) Berechne die Achsabschnitte der Ebene E mit den $x-$, $y-$ und $z-$Achsen.

b) Welchen Abstand d_P hat die Ebene vom Punkt $P(1,0,7)$?

c) Zeige, dass die Gerade g parallel zu E ist und berechne dann den Abstand d_g.

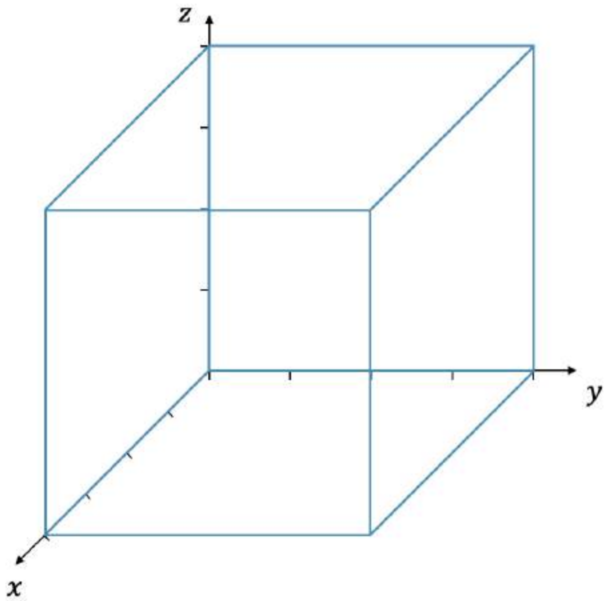
$$g\colon\ \begin{pmatrix}3\\3\\3\end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix}1\\6\\0\end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 Finde eine Parameterform der Schnittgeraden g, die durch den Schnitt der beiden Ebenen E_1 und E_2 entsteht. Berechne ausserdem den Winkel φ unter welchem sie sich schneiden.

$$E_1\colon\quad 6x - y + z - 11 = 0$$
$$E_2\colon\quad x + y + 2z - 10 = 0$$

Aufgabe 3 Der Würfel mit Seitenkante $s = 4$ wird durch die Ebene E geschnitten. Zeichne die Schnittfläche der Ebene mit dem Würfel.

$$E\colon\quad 3x - 2y + 4z - 12 = 0$$



Aufgabe 4 Finde die Koordinatenform der beiden Ebenen, die parallel zur Ebene E verlaufen und den Abstand $d = 3$ haben.

$$E\colon \quad \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + \lambda_1 \cdot \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} + \lambda_2 \cdot \begin{pmatrix}-2\\2\\0\end{pmatrix}$$

Aufgabe 5 Bestimme den Durchstosspunkt P der Geraden g durch E, sofern vorhanden.

a) $E : \begin{pmatrix}0\\0\\2\end{pmatrix} + \lambda_1 \cdot \begin{pmatrix}5\\0\\1\end{pmatrix} + \lambda_2 \cdot \begin{pmatrix}7\\4\\7\end{pmatrix}, \quad g : \begin{pmatrix}-2\\1\\9\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}7.5\\2.5\\2\end{pmatrix}$

b) $E :\ 3x + 3y - 3z = 3, \quad g : \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}0\\4\\4\end{pmatrix}$

c) $E : A(0,1,1) \in E,\ \vec{n} = \begin{pmatrix}2\\-1\\-1\end{pmatrix}, \quad g : \begin{pmatrix}9\\0\\1\end{pmatrix} + \lambda \cdot \vec{n}$

d) $E : \lambda_1 \cdot \begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix} + \lambda_2 \cdot \begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}, \quad g : \begin{pmatrix}3\\3\\1\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}6\\1\\7\end{pmatrix}$

Aufgabe 6 Ein Laserstrahl, der sich in Richtung der Geraden g_1 bewegt, trifft auf einen Spiegel und wird in Richtung der Geraden g_2 reflektiert. Finde die Koordinatenform der Spiegelebene.

Tipp: Finde den Reflexionspunkt und ermittle den Normalvektor mit einem Parallelogramm.

$$g_1\colon \quad \begin{pmatrix}4\\9\\7\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}-1\\-4\\-2\end{pmatrix}$$

$$g_2\colon \quad \begin{pmatrix}5\\1\\-3\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix}$$