



Anspruchsvolle Gleichungssysteme

Aufgabe 1 Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme nach x und y auf.

a)
$$\begin{cases} -ax + y = 2 \\ x - by = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} kx - my - ky = m \\ x + \frac{m+k}{k} \cdot y - \frac{m+2l}{k} = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} cx + dy = c^2 + d^2 \\ cy - dx - c^2 = d^2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} ax - by = g \\ bx + ay = -g \end{cases}$$

Aufgabe 2 Bilde zuerst ein einfacheres Gleichungssystem und löse es anschliessend für x und y .

a)
$$\begin{cases} x + y - e + f = 0 \\ x + y = ex + fy \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} (a - 2b) \cdot x + ay = 2a^2 - b \\ (a + 2b) \cdot x + 2ay = 2a^2 + b \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \frac{x}{2p-q} + \frac{y}{2p+q} = \frac{4p^2+q^2}{(2p+q)(2p-q)} \\ \frac{x}{2p+q} = 1 - \frac{y}{2p-q} \end{cases}$$

Aufgabe 3 Bilde zuerst ein einfacheres Gleichungssystem und löse es anschliessend für x und y .

a)
$$\begin{cases} y = \frac{y}{x+2y} \\ \frac{y}{2} + 1 = \frac{2(1+x/y) + y}{2x/y} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{x+1}{2x} \\ (x+y)^2 = y^2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \frac{x+2}{x+y} = \frac{2}{5} \\ \frac{x-y}{x+17/5} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 1 + \frac{2x}{3+2x} = 3 - \frac{y}{y-3} \\ 3 + \frac{10xy}{y^2+2xy} = 10 - \frac{3xy}{2x^2+xy} \end{cases}$$

Aufgabe 4 Löse die folgenden Gleichungssysteme für zwei bzw. drei Unbekannte, indem du eine geeignete Substitution anwendest und finde dann die Lösungen für x , y und z .

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{2x} + \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \tan(x) - 2 \sin(y) = 0 \\ 4 \sin(x) + 2 \sin(y) \cos(x) = 5 \cos(x) \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{4}{y^2} - \frac{3(z^2+1)}{2z} = 16 \\ 1 - \frac{2x}{y^2} + x \cdot \frac{z^2+1}{z} = -\frac{9}{2}x \\ \frac{z}{x} + \frac{2z}{y^2} + \frac{5}{2}z^2 = \frac{1}{2}(3z - 5) \end{cases}$$

Aufgabe 5 Ein rechtwinkliges Dreieck hat eine kurze Kathete a und eine lange Kathete b . Wird a um 20 mm verlängert, verkürzt sich b um 8 mm. Die Hypotenuse c soll ihre Länge immer beibehalten. Verlängern wir a nochmals um 20 mm, so verkürzt sich b dieses Mal um weitere 12 mm.

Wie lange waren a und b zu Beginn?

Tipp: Stelle zuerst drei Gleichungen auf und bilde aus je zwei Gleichungen jeweils eine lineare Gleichung. Damit erhältst Du ein lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten.

Aufgabe 6 Auf einer Eisenbahnstrecke steht eine Baustelle. Schnellzüge fahren normalerweise mit 120 km/h. Auf der Baustelle müssen sie aber mit 60 km/h fahren, so dass das Abfahren der ganzen Strecke 1 Stunde und 5 Minuten dauert. Güterzüge sind üblicherweise mit 80 km/h unterwegs und passieren die Baustelle ebenfalls mit 60 km/h. Sie legen die ganze Strecke in 1 Stunde und 32.5 Minuten zurück.

Wie lange ist die ganze Eisenbahnstrecke und wie lange ist die Baustelle?