



## Geraden im Raum

**Aufgabe 1** Die Gerade  $g$  verläuft durch den Punkt  $A(4, 7)$  und ist parallel zur Geraden  $h$ .

$$h: \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- Stelle die Parameterform der Geraden  $g$  auf.
- Finde den Punkt  $P$ , wo die Gerade  $g$  die  $y$ -Achse kreuzt.
- Zeige, dass der Punkt  $A$  nicht auf  $h$  liegt.
- Finde die Normalform der Geraden  $g$ .

**Aufgabe 2** Bestimme für die folgenden Geradenpaare  $g$  und  $h$  jeweils den Schnittpunkt (falls er existiert) und den Schnittwinkel  $\varphi$ .

$$\text{a) } g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 11 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } g: 0 \cdot (x - 2) - (y - 1) = 0, \quad h: -(x - 2) + (y - 1) = 0$$

$$\text{d) } g: 2 \cdot (x - 1) + 2 \cdot (y - 2) = 0, \quad h: (x - 3) - (y - 0) = 0$$

$$\text{e) } g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{7} \\ 9 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ -7 \end{pmatrix}, \quad h: z\text{-Achse}$$

**Aufgabe 3** Bestimme jeweils den Abstand der Punkte oder Geraden zu  $g$ .

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{a) } O(0, 0, 0)$$

$$\text{b) } P(10, 10, 10)$$

$$\text{c) } Q(-1, -6, -3)$$

$$\text{d) } h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } j: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 4** Untersuche die beiden Geraden  $g$  und  $h$  darauf, ob sie sich schneiden, parallel oder windschief zu einander sind.

a)  $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

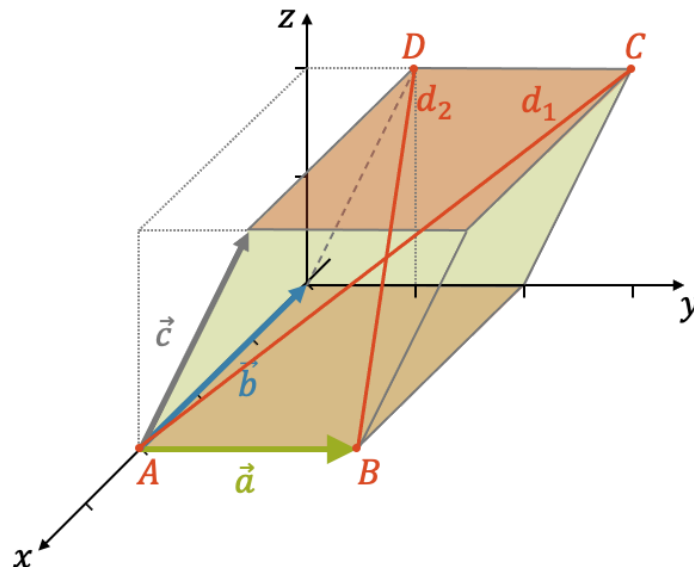
b)  $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$

c)  $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

**Aufgabe 5** Ein Dreieck im Raum hat die Ecken  $A(0, 0, -2)$ ,  $B(2, 5, 0)$  und  $C(7, 3, -2)$ .

- Finde die Geradengleichungen in Parameterform für die Seiten  $b$  und  $c$
- Bestimme den Winkel  $\alpha$
- Finde einen Normalvektor  $\vec{n}$ , der senkrecht auf der Ebene des Dreiecks steht.
- Finde die Gleichungen in Parameterform der beiden Seitenhalbierenden  $s_a$  und  $s_b$ .
- Bestimme den Schwerpunkt des Dreiecks, indem Du den Schnittpunkt der Seitenhalbierenden findest.

**Aufgabe 6** Gegeben ist das folgende Prisma:



- Finde die Geradengleichungen in Parameterform für die beiden eingezeichneten Raumdiagonalen  $d_1$  und  $d_2$ .
- Bestimme den Schnittpunkt  $P$  und Schnittwinkel  $\varphi$  der beiden Raumdiagonalen.