



Additionstheoreme, Sinus- und Kosinussatz

Aufgabe 1 Leite die folgenden Identitäten her:

a) $\tan(x + y) = \frac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x)\tan(y)}$

b) $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{2}}$ Tipp: Benutze $\cos(x) = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{2}\right)$

c) $\tan(2\pi - \alpha) = -\tan(\alpha)$

Aufgabe 2 Zeige, dass folgende Identität gilt:

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

Tipp: Benutze $a = x + y$ und $b = x - y$ und untersuche zuerst den folgenden Ausdruck:

$$\cos(x + y) + \cos(x - y)$$

Aufgabe 3 Ein Dreieck hat eine Seite $a = 63$ mm, einen Winkel $\gamma = 36^\circ$ und einen Umkreis mit Durchmesser $d = 64$ mm.

- Berechne die restlichen Seitenlängen und Winkel
- Wie viel beträgt die Fläche des Dreiecks in cm^2 ?
- Warum würde sich die Aufgabe sehr stark vereinfachen, wenn a einen Millimeter grösser wäre?

Aufgabe 4 Ein Dreieck hat zwei Seiten der Länge 80 und einen Winkel von 40° an seiner Spitze. Tipp: Mach eine Skizze.

- Wie lange sind die beiden gleich langen Winkelhalbierenden?
- Berechne die Länge des längeren Teilstücks, das eine dieser Winkelhalbierenden von der Dreiecksseite abschneidet mit dem Sinussatz
- Überprüfe das letzte Resultat, indem du die Berechnung mit dem Kosinussatz wiederholst.

Aufgabe 5 Ein Dreieck hat die folgenden Längen (in cm): $a = 4.7$, $b = 9$ und $c = 6$.

- a) Berechne die drei Winkel des Dreiecks.
- b) Wie gross sind die drei Höhen im Dreieck?
- c) Berechne den Radius des Umkreises.
- d) Konstruiere das Dreieck mit seinem Umkreis und überprüfe die Ergebnisse.

Aufgabe 6 Ein Flugzeug fliegt auf einer Höhe von 12 km und wird von einem Beobachter unter einem Winkel von 35° über dem Horizont gesehen.

Wie gross ist die Distanz zwischen Beobachter und Flugzeug? (Radius der Erde: 6'371 km)