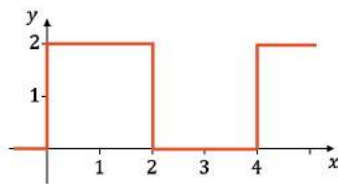




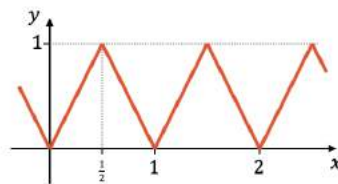
Anwendungen der Integralrechnung

Aufgabe 1 Berechne den linearen Mittelwert \bar{f}_{lin} und den quadratischen Mittelwert \bar{f}_{quad} der folgenden periodischen Funktionen. Abkürzungen sind erlaubt, jedoch solltest du dein Resultat trotzdem mit dem Integral überprüfen.

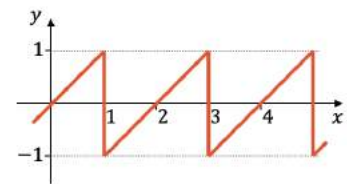
a)



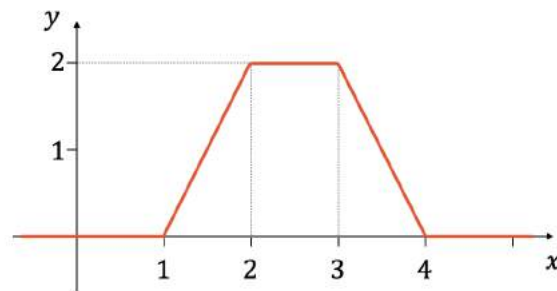
b)



c)



Aufgabe 2



a) Berechne den linearen Mittelwert \bar{f}_{lin} und den quadratischen Mittelwert \bar{f}_{quad} der Funktion im Intervall $[1, 4]$ mit Hilfe von Integralen..

b) Wie viel betragen die beiden Mittelwerte über alle x -Werte, d.h. für das Intervall $]-\infty, +\infty[$?

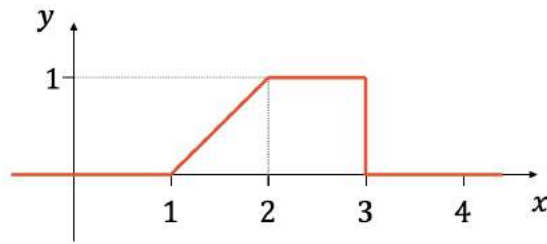
Aufgabe 3 Wenn wir die positiven Funktionswerte von $f(x)$ um die x -Achse rotieren, entsteht ein mandelförmiger Rotationskörper.

$$f(x) = -x^2 + 6x - 8$$

a) Skizziere den Querschnitt durch den Rotationskörper (Schnitt mit der x, y -Ebene).

b) Berechne das Volumen V des Rotationskörpers.

Aufgabe 4 Wir lassen die folgende Funktion um die y -Achse rotieren.



a) Skizziere den entstehenden Rotationskörper dreidimensional

b) Berechne das Volumen V des Rotationskörpers.

Tipp: Berechne einen komplementären Rotationskörper und erhalte das gesuchte Volumen mit einer Volumendifferenz

Aufgabe 5 Für ein trapezförmiges Blech $ABCD$ soll der Schwerpunkt ermittelt werden.

$$A(0, 1), \quad B(4, 1), \quad C(4, 3), \quad D(0, 2)$$

a) Zeichne das Trapez im x, y -Koordinatensystem

b) Berechne den Abstand in x -Richtung zum Schwerpunkt S

c) Berechne den Abstand in y -Richtung zum Schwerpunkt S

Tipp: Drehe das Blech um 90° in geeigneter Weise, so dass die y -Achse in der gewohnten x -Richtung zeigt

d) Trage den Schwerpunkt mit seinen Koordinaten in der Zeichnung des Trapezes ein.

Aufgabe 6 Ein moderner Sport-Pfeilbogen wurde so konzipiert, dass die Kraft anfangs stark zunimmt, am Schluss aber wieder etwas abnimmt, so dass kurz vor dem Abschuss der gespannte Pfeilbogen mit reduzierter Kraft gehalten werden kann. Der Verlauf der Kraft F (in Newton) als Funktion der Ausdehnung x (in Meter) ist gegeben durch die folgende Funktion:

$$F(x) = -2000 \cdot (x - 0.3)^2 + 180$$

a) Zeichne das Diagramm für den Kraftverlauf, wenn der Bogen auf die maximale Ausdehnung von 0.4 m gespannt wird. Berechne die maximale Spannkraft, sowie die reduzierte Kraft vor dem Abschuss.

b) Berechne die physikalische Arbeit, die für das Spannen des Bogens verrichtet werden muss.

c) Um wie viele Prozente ist die im Bogen gespeicherte Energie grösser als in einem konventionellen Bogen mit linearem Kraftverlauf, bei gleicher maximaler Ausdehnung und gleicher Kraft vor dem Abschuss?