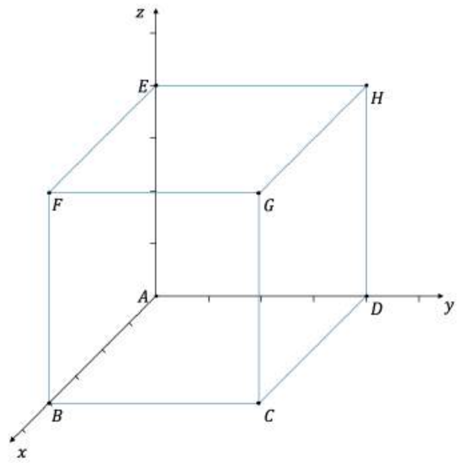
Analysieren und Kombinieren von Vektoren

Aufgabe 1 Wir benutzen wieder den Würfel mit den Eckpunkten A bis H.



a) Finde für jeden der folgenden Vektoren, je zwei weitere Vektoren, die zu ihm kollinear sind: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{FH}$ und $\overrightarrow{ED}$

b) Die Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{BE}$ spannen eine Ebene auf. Finde einen Vektor, der zu ihnen komplanar ist.

c) Finde einen komplanaren Vektor zu $\overrightarrow{CD}$ und $\overrightarrow{FH}$.

d) Finde einen komplanaren Vektor zu $\overrightarrow{AE}$ und $\overrightarrow{FH}$.

e) Finde einen komplanaren Vektor zu $\overrightarrow{ED}$ und $\overrightarrow{BD}$.

Aufgabe 2 Wir haben drei Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$, deren Komponenten nicht bekannt sind. Wir wissen aber, dass folgendes gilt:

$$\vec{a} = \frac{2}{3}\vec{b}, \qquad \vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

Überprüfe die folgenden Aussagen auf *wahr* oder *falsch*.

a) $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ sind kollinear.

b) $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ sind komplanar.

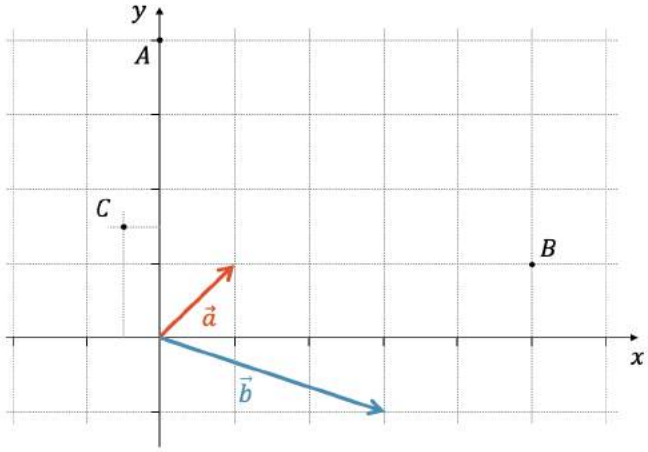
c) $\vec{a}$ und $\vec{b}$ spannen eine bestimmte Ebene auf.

d) $\vec{a}$ und $\vec{c}$ spannen eine bestimmte Ebene auf.

e) $\vec{a}$ und der Gegenvektor von $\vec{c}$ sind kollinear.

f) $\vec{b}$ und $\vec{c}$ sind komplanar in mehr als einer Ebene.

Aufgabe 3

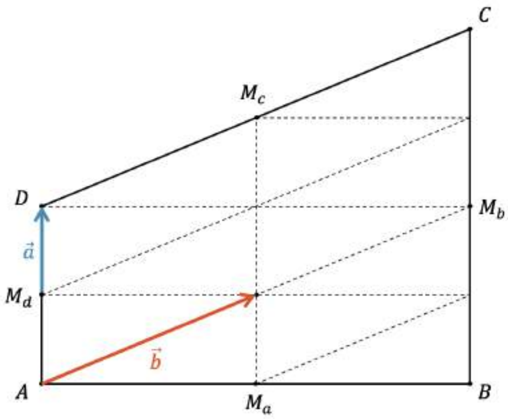


a) Lies die Komponenten der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus der Grafik ab und bestimme die Linearkombinationen der beiden Vektoren, die $\overrightarrow{0A}$, $\overrightarrow{0B}$ und $\overrightarrow{0C}$ ergeben. Bestimme die Linearkombinationen grafisch im Koordinatensystem.

b) Berechne die Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$, um vom Ursprung den Punkt $D(12, 0)$ zu erreichen.

c) Berechne die Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$, um vom Ursprung den Punkt $E(900, 900)$ zu erreichen.

Aufgabe 4 Gegeben ist das Viereck $ABCD$ mit seinen Seitenmitten M_a bis M_d. Zusätzlich sind die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gegeben. Drücke die folgenden Vektoren als Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus.



a) $\overrightarrow{AM_b}$

b) $\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{BM_d}$

d) $\overrightarrow{M_bM_c}$

e) Welche Punkte verbindet $(\vec{b} - 2\vec{a})$?

Aufgabe 5 Gegeben sind die folgenden Punkte $A(3,5,1)$, $B(2,6,8)$ und $C(0,8,22)$.

a) Zeige, dass $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{BC}$ kollinear sind.Berechne s, so dass

$$2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} = s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -7 \end{pmatrix}$$

b) Berechne für $P(11,-11,-77)$ den Parameter t, so dass

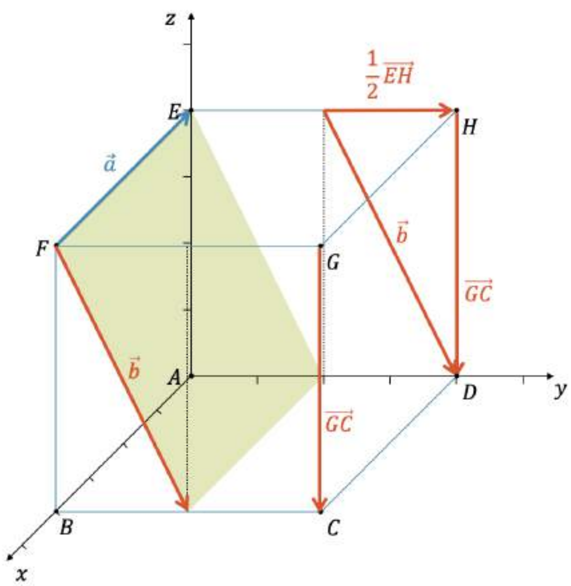
$$\overrightarrow{0P} = t \cdot \overrightarrow{AC}$$

c) Zeige, dass $\vec{v}$ *nicht* kollinear ist mit $\overrightarrow{AB}$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 6 In den folgenden Aufgaben sind zwei Vektoren gegeben, die eine Ebene aufspannen. Gesucht ist das Schnittbild der Ebene mit dem Würfel. Zeichnen Sie auch die Vektoren, gemäss folgendem Beispiel:

$$\vec{a} = \overrightarrow{FE}, \qquad \vec{b} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{GC}$$



a) Ebene in B, aufgespannt durch: $\vec{a} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BE}$

b) Ebene in A, aufgespannt durch: $\vec{a} = \overrightarrow{EG}$, $\vec{b} = \overrightarrow{HD}$

c) Ebene in C, aufgespannt durch: $\vec{a} = \overrightarrow{CD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BF}$, $\vec{b} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{GF}$

d) Ebene in E, aufgespannt durch: $\vec{a} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BF})$, $\vec{b} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{HD})$

e) Ebene in A, aufgespannt durch: $\vec{a} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AH}$