



Einführung Integralrechnung

Aufgabe 1 Berechne die folgenden unbestimmten Integrale:

a) $\int (5x^4 - x^3 + 2x^2 + 1) dx$

b) $\int (\sin(t) + 2 \cos(t)) dt$

c) $\int 2^x dx$

d) $\int \frac{a}{b} da$

e) $\int x \cdot (s - 1)^3 ds$

f) $\int (2x \cdot e^{x^2}) dx$

Aufgabe 2 Berechne den Wert der folgenden bestimmten Integrale:

a) $\int_{-4}^5 (3x^2 - 1) dx$

b) $\int_{-1}^1 (5x^2 - x) \cdot (x^3 + 1) dx$

c) $\int_0^{\pi/6} (\tan^2(x) + 1) dx$

d) $\int_{1/e}^e \frac{a}{b} db$

e) $\int_0^1 \frac{3x^2}{2} \cos\left(\frac{x^3}{2} - \frac{x^2}{2}\right) dx - \int_0^1 x \cos\left(\frac{x^3}{2} - \frac{x^2}{2}\right) dx$

Aufgabe 3 Wenn wir den *Mittelwertsatz* auf die Funktion $f(x) = \frac{1}{8}x^2 + 4$ anwenden, so können wir sagen, dass im Intervall $[0, 3]$, d.h. $\Delta x = 3$, es eine Stelle c zwischen 0 und 3 gibt, für die gilt:

$$f(c) \cdot \Delta x = \int_0^3 f(x) dx$$

a) Mach eine Skizze, die die Anwendung des Mittelwertsatzes auf $f(x)$ für das Intervall $[0, 3]$ aufzeigt.

b) Bestimme c .

Aufgabe 4 Zeichne die Graphen der beiden Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ und markiere die Fläche, die von den beiden Funktionen eingeschlossen wird. Berechne dann diese Fläche.

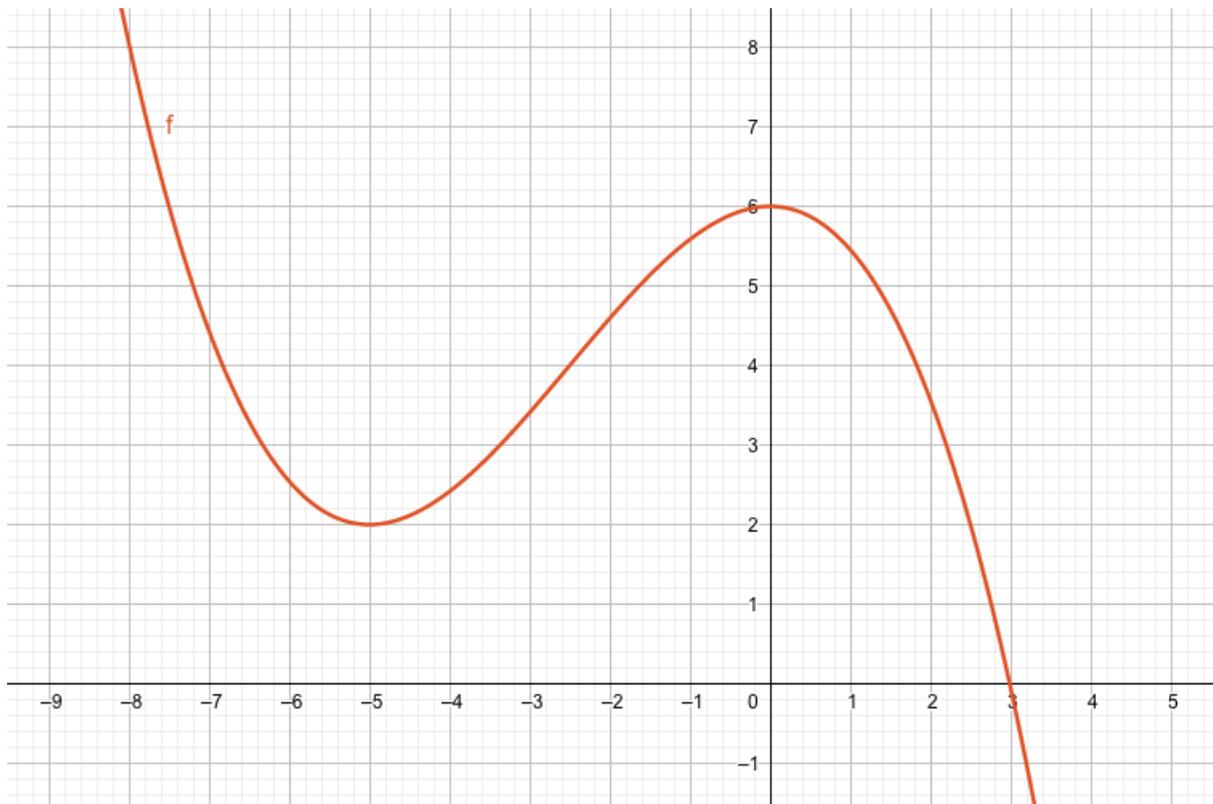
a) $f(x) = x^2 - 2x - 1$, $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{7}{2}$

b) $f(x) = 2^x$, $g(x) = \frac{7x + 3}{3}$

c) $f(x) = 2x^2 - x^4$, $g(x) = 1$

Aufgabe 5 Der Verlauf der Funktion $f(x)$ bildet links der y -Achse eine Senke.

$$f(x) = (ax)^3 - (\sqrt{3}ax)^2 + 6$$



a) Bestimme den Parameter a , um den abgebildeten Verlauf zu kriegen.
(Tipp: Übernimm das Minimum aus dem Graphen)

b) Die Senke soll von oben maximal "aufgefüllt" werden, bis sie anfängt nach rechts zu überlaufen. Wie gross ist die gefüllte Fläche?